

تم تحميل ورفع المادة على منصة

المعلم التعليمي



للعودة الى الموقع اكتب في بحث جوجل



المعلم التعليمي



ALMUALM.COM



انضم الى قناة المنهج السوداني على التليجرام

T.ME/ALMANHJ_S

سلسلة مطبوعات المجتهد

حلول كتاب الأساسية

في

الرياضيات

الصف الثالث الثانوي

إعداد الأستاذ: هاشم خالد محمد الحسين

ت: 0917037375

الوحدة الاولى الدوال الحقيقية و النهايات

$$3- \text{أحسب نها } (3^5 - 2^2 - 1) \leftarrow \text{س} 1$$

$$6- = 1 - 2 - 3 = 1 - 2(1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

جد النهايات التالية :

$$\text{أ - نها } (5 - 2(0)7) = (5 - 2(0)7) = 5 - 0 = 5 \leftarrow \text{س} 0$$

$$\text{ب - نها } (3 + 2) \text{س} (1 - 2) = (3 + 2) \text{س} (1 - 2) = 5 \text{س} (-1) = -5 \leftarrow \text{س} 1$$

$$\text{نها } (3 + 2) \cdot \text{نها } (1 - 2) = (3 + 2) \cdot (1 - 2) = 5 \cdot (-1) = -5 \leftarrow \text{س} 2$$

$$21 = 3 \times 7 = (1 - 2(2))(3 + 2 \times 2)$$

$$\text{ج - نها } (3 - 2) \text{س} 0 = (3 - 2) \text{س} 0 = 1 \text{س} 0 = 0 \leftarrow \text{س} \frac{1}{2}$$

$$32 = 0(2) = \left(\frac{1}{2} \times 2 - 3 \right)$$

$$\text{د - نها } (1 + 3 - 5) \text{س} 2 = (1 + 3 - 5) \text{س} 2 = (-1) \text{س} 2 = -2 \leftarrow \text{س} 1$$

$$2 \text{ نها } (1 + 3 - 5) \text{س} 2 = (1 + 3 - 5) \text{س} 2 = (-1) \text{س} 2 = -2 \leftarrow \text{س} 1$$

$$6 = 3 \times 2 = (1 + 3(1) - 5) \text{س} 2 = (1 + 3 - 5) \text{س} 2 = (-1) \text{س} 2 = -2$$

$$7 = (5 - 2) \text{س} 3 \leftarrow \text{س} 3$$

جد النهايات التالية :

$$\text{أ - نها } (5 - 2) \text{س} 3 = (5 - 2) \text{س} 3 = 3 \text{س} 3 = 9 \leftarrow \text{س} 3$$

$$2 \text{ نها } (5 - 14) = 5 - 14 = -9 \leftarrow \text{س} 3$$

$$\text{ب - نها } (5 - 14) = 5 - 14 = -9 \leftarrow \text{س} 3$$

$$49 = 2(7)$$

تمرين (1 - 4) ص 21
جد النهايات التالية :

$$1- \text{نها } \frac{2 - \text{س} - 2}{2 - \text{س}} = \frac{2 - \text{س} - 2}{2 - \text{س}} = \frac{-\text{س}}{2 - \text{س}} \leftarrow \text{س} 2$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{2 - 2}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ صفر } \leftarrow \text{ع}$$

$$\text{هـ - } (5 \text{س} - 2) \text{س} (1 + 5 - 2) = (5 \text{س} - 2) \text{س} (4) = 4(5 \text{س} - 2) = 20 \text{س} - 8 \leftarrow \text{س} 2$$

$$3 - (1 + 5 - 2) \text{س} 4 = (1 + 5 - 2) \text{س} 4 = 4(4) = 16 \leftarrow \text{س} 2$$

3- إذا كان $5 \text{س} = (3) \text{هـ}$ ، $2 \text{س} = (3) \text{هـ}$ ، $\text{جاس} = (3) \text{هـ}$

$$\text{جد : } (5 + 3) \text{س} (3) \text{هـ} ، (5 - 3) \text{س} (3) \text{هـ} ، ((3) \text{س}) \text{هـ} ؟$$

$$(5 + 3) \text{س} (3) \text{هـ} = 8 \text{س} (3) \text{هـ} = 24 \leftarrow \text{جاس} 2$$

$$(5 - 3) \text{س} (3) \text{هـ} = 2 \text{س} (3) \text{هـ} = 6 \leftarrow \text{جاس} 2$$

$$(3) \text{س} (3) \text{هـ} = 9 \leftarrow \text{جاس} 2$$

$$(3) \text{س} (3) \text{هـ} = 9 \leftarrow \text{جاس} 2$$

تمرين (1 - 3) ص (17 - 18)

1- استخدم نظريات النهايات لإيجاد نهاية كل من الدوال التالية :

$$\text{أ - نها } \frac{13}{3} = 13 \leftarrow \text{س} 3$$

$$\text{ب - نها } (3 + 4) = 7 \leftarrow \text{س} 1$$

$$\text{ج - نها } (5 + 2) \text{س} 1 = 7 \text{س} 1 = 7 \leftarrow \text{س} 1$$

$$14 = 2 \times 7 = (1 + 3(1)) (1 \times 5 + 2(1)2) = 4 \times 7 = 28$$

2- إذا علمت أن

$$\text{نها } (3) \text{س} = 5 \text{س} 3 = 15 \leftarrow \text{س} 2$$

جد قيمة كل من :

$$\text{أ - نها } (5 - 2) \text{س} (3) \text{هـ} = (5 - 2) \text{س} (3) \text{هـ} = 3 \text{س} 3 = 9 \leftarrow \text{س} 2$$

$$2 \text{ نها } (3 - 5) \times 2 = (3 - 5) \times 2 = (-2) \times 2 = -4 \leftarrow \text{س} 2$$

$$10 - (3 - 1) = 10 - 2 = 8 \leftarrow \text{س} 2$$

$$\text{ب - نها } (3) \text{س} = 9 \leftarrow \text{س} 2$$

$$9 = 2(3 - 1) = \left(\text{نها } (3) \text{س} \right) \leftarrow \text{س} 2$$

$$\text{ج - نها } (3) \text{س} \times (3) \text{هـ} = 3 \times 3 = 9 \leftarrow \text{س} 2$$

$$\text{نها } (3) \text{س} \times (3) \text{هـ} = 3 \times 3 = 9 \leftarrow \text{س} 2$$

$$45 - = (3 - 1) \times 3 \times 5 = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\frac{2 + \frac{1}{s}}{\frac{2}{s} + \frac{1}{s}} = \frac{\frac{2s + 1}{s}}{\frac{2 + 1}{s}} = \frac{2s + 1}{3}$$

$$\infty = \frac{2 + 0}{0 + 0} = \frac{2 + \frac{1}{\infty}}{\frac{2}{\infty} + \frac{1}{\infty}}$$

$$\frac{4 - 2s}{2 - s} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{4 - 2(2)}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ صفر صفر } \mathcal{E}$$

$$\text{(نحلل - نختصر - نعوض)}$$

$$= \frac{(2+s)(2-s)}{(2-s)} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$4 = 2 + 2 = (2 + s) \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{2s^3 + 5s^2}{1 - 3s} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{2(\infty)^3 + 5(\infty)^2}{1 - 3(\infty)} = \frac{\infty}{\infty} \text{ صفر صفر } \mathcal{E}$$

بالقسمة علي أعلى قوة للمتغير س نحصل علي

$$\frac{\frac{2}{s} + \frac{5}{s^2}}{1 - \frac{3}{s}} = \frac{\frac{2s + 5}{s^2}}{\frac{s - 3}{s}} = \frac{2s + 5}{s(s - 3)}$$

$$\infty = \frac{0 + 2}{0 - 1} = \frac{\frac{2}{\infty} + \frac{5}{\infty^2}}{\frac{1}{\infty} - \frac{3}{\infty}}$$

تمرين (١ - ٥) ص (٢٤)
جد النهايات التالية :

$$\frac{1 - 3s}{1 - s} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \text{ صفر صفر } \mathcal{E}$$

(نحلل - نختصر - نعوض)

$$= \frac{(1+s)(2-s)}{(2-s)} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$3 = 1 + 2 = (1 + s) \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{1 - 2(s+1)}{s} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{1 - 2(0+1)}{0} = \frac{-1}{0} \text{ صفر صفر } \mathcal{E}$$

(نحلل - نختصر - نعوض)

$$= \frac{1 - 2s + s^2 + 1}{s} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$= \frac{s^2 + s - 2}{s} \text{ نها } s \leftarrow \infty = \frac{s^2 + s - 2}{s}$$

$$2 = (0 + 2) = (s + 2) \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{5 + 2s^4}{1 + 2s^2} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{5 + 2(\infty)^4}{1 + 2(\infty)^2} = \frac{\infty}{\infty} \text{ صفر صفر } \mathcal{E}$$

بالقسمة علي أعلى قوة للمتغير س نحصل علي

$$\frac{\frac{5}{s^4} + 2}{\frac{1}{s^2} + 2} = \frac{\frac{5}{s^4} + \frac{2}{s^4}}{\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s^2}} = \frac{5 + 2s^4}{1 + 2s^2}$$

$$2 = \frac{0 + 4}{0 + 2} = \frac{\frac{5}{\infty} + 2}{\frac{1}{\infty} + 2}$$

$$\frac{3s^2 + 1}{s^2 + 2} \text{ نها } s \leftarrow \infty$$

بالتعويض المباشر

$$\frac{3(\infty)^2 + 1}{(\infty)^2 + 2(\infty)}$$

بالقسمة علي أعلى قوة للمتغير س نحصل علي

$$3 = 1 - 3(1)3 = \frac{1-3}{1-3} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$-2 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 1 \end{matrix} = \frac{1+0}{1+0}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{1+1-}{1+1-} = \frac{1+0(1-)}{1+1-}$$

$$5 = 1 - 0(1-0) = \frac{0(1-)-0}{(1-)-0} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$-3 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 3 \end{matrix} = \frac{27-3}{3-3}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{27-27}{3-3} = \frac{27-3(3)}{3-3}$$

$$27 = 9 \times 3 = 1 - 3(3)3 = \frac{3^3-3}{3-3} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 3 \end{matrix}$$

$$-4 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix} = \frac{32+0}{8+3}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{32+32-}{8+8-} = \frac{32+0(2-)}{8+3(2-)}$$

$$= \frac{0(2-)-0}{3(2-)-3} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$\frac{2}{3} = 4 \times \frac{0}{3} = 3 - 0(2-0) \frac{0}{3}$$

$$-5 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix} = \frac{64-6}{2-2}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{64-64}{2-2} = \frac{64-6(2)}{2-2}$$

$$= 1 - 6(2)6 = \frac{6(2)-6}{2-2} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$192 = 32 \times 6 = 0(2) \times 6$$

$$-6 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 1 \end{matrix} = \frac{1-1}{1-1}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{1-1(1)}{1-1}$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}(1) \frac{1}{2} = \frac{1-1(1)-\frac{1}{2}}{1-1} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$-7 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix} = \frac{2+0}{8+3}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{2+2-}{8+8-} = \frac{2+2-}{8+3(2-)}$$

$$= \frac{1(2-)-1}{3(2-)-3} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = 3 - 1(2-1) \frac{1}{3}$$

$$-8 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 3 \end{matrix} = \frac{27-3}{1-3}$$

بالتعويض المباشر

$$\text{ع } \frac{\text{ص فر}}{\text{ص فر}} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{1-3\left(\frac{1}{3}\right)27}{1-3\left(\frac{1}{3}\right)3}$$

$$3 = 2(1)3 = \frac{3(1)-3}{1-3} \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 3 \end{matrix}$$

تمرين (١ - ٦) ص (٢٨)
جد النهايات التالية :

$$\frac{\text{نها}}{\text{س}} \text{ جا } 3$$

$$-1 \text{ نها } \begin{matrix} \text{س} \\ \leftarrow 5 \end{matrix} = \frac{\text{جا } 3}{\text{جا } 5} = \frac{\text{نها}}{\text{س}} \text{ جا } 5$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{1 \times 5} = \frac{\text{نها } 3}{\text{نها } 5} = \frac{\text{س } 3}{\text{س } 5}$$

$$2- \text{نہا س جا س} = \frac{1}{\infty} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{ضع } \frac{1}{\infty} = \text{ع} \leftarrow \frac{1}{\text{س}} \leftarrow \text{س} = \frac{1}{\text{ع}} \leftarrow \text{س} \leftarrow \infty$$

$$\text{نہا } \frac{1}{\text{ع}} \text{ جا } \frac{1}{\text{ع}} = \frac{\text{جا}}{\text{ع}} \leftarrow \text{س} = 1 \leftarrow \text{ع}$$

$$3- \text{نہا جا س} = \frac{\text{جا س}}{\text{س}} = \frac{5}{5} \leftarrow \text{س} = 1 \times 5 = 5 \leftarrow \text{س}$$

$$4- \text{نہا ظا س} = \frac{\text{ظا س}}{\text{س}} = \frac{3}{3} \leftarrow \text{س} = 1 \times 3 = 3 \leftarrow \text{س}$$

$$5- \text{نہا } \frac{1}{2} \text{ جتا س} = \frac{1 - \frac{1}{2} \text{ جا } \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{2} \text{ جا } \frac{1}{2} + 1 - 1}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س} = \frac{1 - \frac{1}{2} \text{ جا } \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\text{جا س}}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س} \right) \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\text{جا س}}{\frac{1}{2}} \leftarrow \text{س}$$

$$6- \text{نہا جا س} + \text{ظا س} = \frac{\text{جا س} + \text{ظا س}}{\text{س}}$$

$$= \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}} + \frac{\text{نہا ظا س}}{\text{س}}$$

$$= \frac{2}{2} \text{ نہا جا س} + \frac{3}{3} \text{ نہا ظا س} = 2 + 3 = 5$$

$$5 = 3 + 2 = (1 \times 3) + (1 \times 2)$$

$$7- \text{نہا جا س} = \frac{\text{جا س}}{\text{س}} = \frac{5}{5} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}} \times \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}}$$

$$= \frac{3}{3} \text{ نہا جا س} \times \frac{5}{5} \text{ نہا جا س} = \frac{3}{3} \leftarrow \text{س} \times \frac{5}{5} \leftarrow \text{س}$$

$$15 = 5 \times 3 = (1 \times 5) \times (1 \times 3)$$

$$8- \text{نہا جا س} + 1 - \text{جتا س} = \frac{\text{جا س} + 1 - \text{جتا س}}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}} + \frac{\text{نہا } 1}{\text{س}} \leftarrow \text{س} = \frac{\text{نہا } 1 - \text{جتا س}}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{نہا جا س} + \frac{\text{جا س}}{\text{س}} = \frac{\text{نہا } (\text{جتا س} + 1)(\text{جتا س} - 1)}{(\text{جتا س} + 1) \text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{4}{4} \text{ نہا جا س} + \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}} = \frac{\text{نہا جا س}}{(\text{جتا س} + 1) \text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= (1 \times 4) + \frac{\text{نہا جا س}}{\text{س}} \leftarrow \text{س} = \frac{\text{نہا جا س}}{(\text{جتا س} + 1) \text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= (1 \times 4) + \left(\frac{\text{جا}}{(\text{جتا} + 1)} \times 1 \right) \leftarrow \text{س}$$

$$= 4 = 0 + 4 = \left(\frac{0}{(1+1)} \times 1 \right) + (1 \times 4) = 4$$

الوحدة الثانية

التفاضل

٢- يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث يكون بعده f عن نقطة ثابتة بعد t ثانية معطي

$$\text{بالعلاقة: } f = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad \text{أحسب}$$

سرعته المتوسطة خلال التغير من $t=1$ ت الي $t=3$ ت ؟

$$\Delta v = v_3 - v_1 = 1 - 3 = -2$$

$$e = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{(1v) - (3v)}{2} = -v$$

$$e = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{(1) - (3)}{2} = -1$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{(5 + 1 \times 2 - 2) - (5 + 3 \times 2 - 2)}{2} = \frac{\Delta f}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{(5 + 2 - 1) - (5 + 6 - 9)}{2} = \frac{\Delta f}{\Delta t}$$

$$\therefore \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{4 - 8}{2} = -2$$

٣- فقاعة من الصابون كروية الشكل تتمدد محافظة علي شكلها الكروي ، أحسب متوسط معدل التغير في مساحة السطح الكروي للفقاعة عندما يتغير طول نصف قطرها من ٦ مم الي ٦.٢ مم (مساحة سطح الكرة بدلالة نصف قطرها r تساوي $4\pi r^2$) ؟

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 6.2 - 6 = 0.2$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{(6.2) - (6)}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{(6) - (6.2)}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{2(6.2)\pi - 2(6)\pi}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{2(6.2 - 6)\pi}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{2(6.2 - 6)(6.2 + 6)\pi}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\therefore \frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{2 \times 0.2 \times 12.2 \times \pi}{0.2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

تمرين (٢ - ٢) ص (٣٧ - ٣٨)
جد المشتقات الاولي للدوال الاتية من المبادئ الاولية:

$$١- \text{ص} = 5 - 3$$

تمرين (٢ - ١) ص (٣٣)

١- جد متوسط معدل التغير للدوال المذكورة:

$$أ- s = (s) = 2s - 1 \text{ عندما تتغير } s$$

من ١ الي ٢

$$ب- r = (s) = \sqrt{3 + r} \text{ عندما تتغير } r$$

من ٠ الي ٢

$$ج- s = (s) = s^3 - 1 \text{ عندما تتغير } s$$

من ١ الي ١/٢

$$أ- \Delta s = s_3 - s_2 = 1 - 2 = -1$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(1s) - (2s)}{s} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(1) - (2)}{3} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(1 - 1 \times 2) - (1 - (2) \times 2)}{3} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\therefore \frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{1 - 5}{3} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$ب- \Delta r = r_2 - r_1 = 1 - 2 = -1$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{(1r) - (2r)}{r} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{(0) - (2)}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{(\sqrt{3+0}) - (\sqrt{3+2})}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$\therefore \frac{\Delta s}{\Delta r} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta r}$$

$$ج- \Delta s = s_3 - s_2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(1s) - (\frac{1}{4}s)}{s} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(0) - (\frac{1}{4})}{\frac{1}{4}} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{(1 - 3(0)) - (1 - 3(\frac{1}{4}))}{\frac{1}{4}} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\therefore \frac{\Delta s}{\Delta s} = \frac{1 + 1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

$$\frac{2(5+s) - 2(5+s\Delta+2s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{2s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2(5+s) - 2(5+s\Delta+2s)}{s\Delta^2} \text{ نها} = \frac{2s}{s\Delta^2} \leftarrow s$$

بإضافة و طرح $5 + 2s$ من المقام

$$\frac{2(5+s) - 2(5+s\Delta+2s)}{(5+s) - (5+s\Delta+2s)} \text{ نها} = \frac{2s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$20 + s8 = [(5+s) \times 2] \times 2 =$$

$$2- \text{ص} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2- \text{ص} - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

بإضافة و طرح s من المقام

$$\frac{2- \text{ص} - (s\Delta + s)}{s - (s\Delta + s)} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2-}{3} = \frac{3-}{s}$$

$$-6 \text{ ص} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

بإضافة و طرح s من المقام

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(s\Delta + s)}{s - (s\Delta + s)} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2}$$

تمرين (2 - 3) ص (42)

جد قيمة $\frac{s}{s}$ في كل من الحالات

التالية :

$$-1 \text{ ص} = 7 \leftarrow \frac{s}{s} = \text{صفر}$$

$$-2 \text{ ص} = 5 \leftarrow \frac{s}{s} = 4$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{3+5 - (s\Delta + s)3 - 5}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{3+5 - s\Delta^3 - s^3 - 5}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$3- = 3- \text{ نها} = \frac{s\Delta^3 -}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$2- \text{ص} = 2- \text{ص} = 2-$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2+ 2s - 2 - 2(s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2s - 2(s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

بإضافة و طرح s من المقام

$$2s = \frac{2s - 2(s\Delta + s)}{s - (s\Delta + s)} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$-3 \text{ ص} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{\frac{5}{3} - \frac{5}{3}(s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

بإضافة و طرح s من المقام

$$= \frac{\frac{5}{3} - \frac{5}{3}(s\Delta + s)}{s - (s\Delta + s)} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2}{3} = 1 - \frac{5}{3}$$

$$2(5+s) = 4$$

$$\frac{(s) - (s\Delta + s)}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{2(5+s) - 2(5+(s\Delta+s))}{s\Delta} \text{ نها} = \frac{s}{s\Delta} \leftarrow s$$

$$\frac{ع}{س} \times ل + \frac{ل}{س} \times ع = (ل.ع) \frac{س}{س}$$

$$\frac{ع}{س} \times ل + \frac{ل}{س} \times ع = (ل.ع) \frac{س}{س}$$

$$\frac{ع}{س} \times ل + \frac{ل}{س} \times ع = (ل.ع) \frac{س}{س}$$

$$\frac{ع}{س} \times ل + \frac{ل}{س} \times ع = (ل.ع) \frac{س}{س}$$

جد مشتقات الدوال التالية :

$$١- ص = (٣ + ٢س)٥$$

$$\frac{ص}{س} = ٥ \times (٣ + ٢س)٤$$

$$\frac{ص}{س} = ٥ \times (٣ + ٢س)٤$$

$$\frac{ص}{س} = ٥ \times (٣ + ٢س)٤$$

$$٢- ص = \frac{١}{٢} (س + ٣س٢)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢} (س + ٣س٢)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢} (س + ٣س٢)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢} (س + ٣س٢)$$

$$٣- ص = ٣ (٢س - ٢س + ١)$$

$$\frac{ص}{س} = ٣ (٢س - ٢س + ١)$$

$$\frac{ص}{س} = ٣ (٢س - ٢س + ١)$$

$$\frac{ص}{س} = ٣ (٢س - ٢س + ١)$$

$$٤- ص = جا٢س$$

$$\frac{ص}{س} = \text{تفاضل القوة} \times \text{تفاضل الزاوية} \times$$

تفاضل النسبة لنفس الزاوية

$$\frac{ص}{س} = ٢ جا٢س \times ١ \times جا٢س$$

$$\frac{ص}{س} = ٢ جا٢س \times جا٢س = جا٢س$$

$$٥- ص = جا(٣ + ٢س)$$

$$\frac{ص}{س} = \text{تفاضل الزاوية} \times \text{تفاضل النسبة}$$

لنفس الزاوية

$$\frac{ص}{س} = ٢ جا(٣ + ٢س)$$

$$٦- ص = جا(س + ٣)$$

$$\frac{١ \times ٢س٣ - ٦(١ + س)}{٢(١ + س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٢س٣ - ٦ + ٢س٦}{٢(١ + س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٢س٣ + ٢س٦ - ٦}{٢(١ + س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٢س٣ + ٤س - ٥}{٧ + ٢س} = ١١- ص$$

$$\frac{\frac{ل}{س} \times ع - \frac{ع}{س} \times ل}{٢ل} = \left(\frac{ع}{ل}\right) \frac{س}{س}$$

$$-(٦س + ٣س٤ - ٤س٥)(٧ + ٢س)$$

$$\frac{٢ \times (٢س٣ + ٤س - ٥)}{٢(٧ + ٢س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٥س٨ + ٢س٦ + ٣س٢٨ - ٤س٢٩ + ٥س٤٢}{٢(٧ + ٢س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{١ - ٢س}{١ + ٢س} = ١٢- ص$$

$$\frac{\frac{ل}{س} \times ع - \frac{ع}{س} \times ل}{٢ل} = \left(\frac{ع}{ل}\right) \frac{س}{س}$$

$$\frac{٢س \times (١ - ٢س) - ٢س \times (١ + ٢س)}{٢(١ + ٢س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٢س + ٣س٢ - ٢س - ٢س٣}{٢(١ + ٢س)} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{٤س}{٢(١ + ٢س)} = \frac{ص}{س}$$

$$١٣- ص = جا٢س + ج٢اس$$

$$\frac{ص}{س} = جا٢س - ج٢اس$$

$$١٤- ص = ٣س ج٢اس$$

$$\frac{ع}{س} \times ل + \frac{ل}{س} \times ع = (ل.ع) \frac{س}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = ٣س \times ج٢اس + ج٢اس \times ٢س٣$$

$$\frac{ص}{س} = ٣س ج٢اس + ٢س٣ ج٢اس$$

$$١٥- ص = ج٢اس \cdot ج٢اس$$

$$\frac{ص}{س} = \text{تفاضل الزاوية} \times \text{تفاضل النسبة}$$

لنفس الزاوية

$$\frac{ص}{س} \therefore = \frac{ص}{س} (1 + 2) \text{ جتا } (س + 3)$$

تمرين (2 - 6) ص (52 - 53) جد $\frac{ص}{س}$ في كل من الدوال التالية:

$$1 - 3س + 4ص = 6$$

$$3 + 4 \frac{ص}{س} = 0$$

$$4 \frac{ص}{س} = 3 - \therefore \frac{ص}{س} = \frac{3-}{4}$$

$$0 = 2س - 4ص + 3س$$

$$0 = 8س + 3ص + \frac{ص}{س} 3س$$

$$3س = \frac{ص}{س} (3س + 8ص)$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{(3س + 8ص)}{3س}$$

$$3 - 3س + 8ص = 3ص$$

$$1 + \frac{1}{4}ص - \frac{1}{2}ص = \frac{ص}{س} \text{ جتا } 3$$

$$1 - \frac{1}{4}ص = \frac{ص}{س} \text{ جتا } 3$$

$$1 - \left(\frac{1}{4}ص - \text{جتا } 3 \right) \frac{ص}{س}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{1-}{\left(\frac{1}{4}ص - \text{جتا } 3 \right)}$$

$$4 - 3س = 2ص + 3س$$

$$1 = 2ص + 3ص + \frac{ص}{س} 2س$$

$$3ص - 1 = \frac{ص}{س} 2س$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{3ص - 1}{2ص}$$

$$5 - س + ص ظا = 0$$

$$1 + ص قا س + \frac{ص}{س} \times \text{ظا} = 0$$

$$\text{ظا} \frac{ص}{س} = (1 + ص قا س)$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{(1 + ص قا س)}{\text{ظا}}$$

$$6 - س + 2ص = 2ص + 2ص$$

$$2ص + \frac{ص}{س} س = 2ص + \frac{ص}{س} 2ص$$

$$2ص - 2ص = \frac{ص}{س} س - \frac{ص}{س} 2ص$$

$$\frac{ص}{س} (س - 2ص) = 0$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{س - 2ص}{(س - 2ص)}$$

$$7 - س + 4 = 1 + 4ص$$

$$4س = 3 + 2ص + \frac{ص}{س}$$

$$2ص - 4س = \frac{ص}{س}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{2ص - 4س}{ص}$$

$$8 - س + 3ص - 3ص = 4س - 3ص$$

$$3س + 2ص + \frac{ص}{س} 2ص - 4س = 4ص - 3ص$$

$$\frac{ص}{س} (2ص - 4س) = 4ص - 3ص$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{2ص - 4س}{(2ص - 4س)}$$

$$9 - \frac{1}{ص} + \frac{1}{س} = 1$$

$$ص - 1 = س - 1$$

$$-ص = 2 - \frac{ص}{س} - 2س$$

$$-ص = 2 - \frac{ص}{س} - 2س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{2-}{2-} \therefore \frac{ص}{س} = \frac{2-}{2-}$$

$$10 - 1 = \frac{1}{ص} + \frac{1}{س} = 2$$

$$2 = \frac{1}{2}ص + \frac{1}{2}ص$$

$$0 = \frac{1}{2}ص + \frac{1}{2}ص - \frac{1}{2}ص$$

$$3 - 2s = \frac{5s}{s}$$

عند النقطة (١٤٠)

$$3 - = 3 - 0 \times 2 = \frac{5s}{s} \therefore$$

٢- جد ميل منحنى الدالة s (س) = $3 - s$

عند النقطة $s = 1$ ؟

$$1 - = \frac{5s}{s} \therefore$$

٣- أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة

$s = 3$ عند النقطة $s = 2$ ؟

$$\frac{5s}{s} = 6$$

عند النقطة $s = 2$

$$12 = 2 \times 6 = \frac{5s}{s} = 2$$

نعوض في معادلة المنحنى لإيجاد قيمة s

$$12 = 4 \times 3 = 2(2)3 = 3s$$

$$12 = 2 \quad , \quad (12, 2)$$

$$s - 1 = (s - 1)2$$

$$s - 12 = (s - 2)12$$

$$s - 12 = 12 - 12s$$

$$12s - 12 = 12 - 12s$$

٤- اذا كان المماس لمنحنى الدالة

$s = 5 + 2s$ عند $s = 1$ يصنع

مع محور السينات الموجب زاوية قياسها

54° ، جد احداثيي نقطة التماس ؟

$$2 = \text{ظاه} = \text{ظاه} 54^\circ = 1$$

$$\frac{5s}{s} = 5 + 2s$$

$$1 = \frac{5s}{s} \therefore \leftarrow \frac{5s}{s} = 2 \therefore$$

$$4 - = 12s \leftarrow 1 = 5 + 12s$$

$$2 - = 1s \therefore$$

نعوض في معادلة المنحنى لإيجاد قيمة s

$$6 - = 10 - 4 = (2 -)5 + 2(2 -) = 3s$$

\therefore احداثيي نقطة التماس هي $(2 - , 6 -)$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{s} = \frac{5s}{s} \frac{1}{4} - \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{s} = \frac{5s}{s} \therefore \leftarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{s} = \frac{5s}{s}$$

$$11 - 3s - 2s + 3s = 7$$

$$3s - 2s - 4s + 2s - \frac{5s}{s} = 7$$

$$\frac{5s}{s} (3s - 2s) = 2s - 2s + 3s$$

$$\frac{2s - 2s}{(3s - 2s)} = \frac{5s}{s} \therefore$$

تمرين (٧ - ٢) ص (٥٥)

جد المشتقة الثانية لكل من

الدوال التالية :

$$1 - 3s = s$$

$$s = \frac{5s}{s} = 3s = 2 \leftarrow \frac{5s}{s} = 6s$$

$$2 - s = 3s - 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 3s + 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 3s + 3s$$

$$3 - s = 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 2s - 2s = 4s - 4s$$

$$4 - s = 3s - 4s + 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 12s - 3s + 2s + 4$$

$$\frac{5s}{s} = 36s - 2s - 12s$$

$$5 - s = 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 2s + 3s$$

$$\frac{5s}{s} = 2s + 2s + 3s$$

تمرين (٢ - ٨) ص (٥٦)

١- جد ميل المماس لمنحنى الدالة

s (س) = $3 - 2s + 1$ عند النقطة

(١٤٠) ؟

الوحدة الثالثة التكامل

تمرين (٣ - ١) ص (٦٥)
جد التكمالات الاتيية :

$$-١ \left[\text{س} \cdot \text{س}^٧ \right]$$

$$\text{ن} + \frac{٨}{\text{س}} = \text{ن} + \frac{١+٧}{١+٧} =$$

$$-٢ \left[\text{س} \cdot \frac{١-٣}{٢} \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot (\text{س} + \text{س}^{-٢}) \right]$$

$$\text{ن} + \frac{١+٢-}{١+٢-} \text{س} + \frac{١+١}{١+١} \text{س} =$$

$$\text{ن} + \frac{١}{\text{س}} - \frac{٢}{٢} \text{س} =$$

$$-٣ \left[\text{س} \cdot \left(\text{ن} + \frac{١}{\text{ن}} \right) \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot \left(٢ \text{ن} + \text{ن} \times \frac{١}{\text{ن}} \times ٢ + \frac{١}{٢} \frac{١}{\text{ن}} \right) \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot \left(٢ \text{ن} + ٢ + \text{س}^{-٢} \text{ن} \right) \right]$$

$$\text{ن} + \frac{١+٢}{١+٢} \text{ن} + \text{ن}^٢ + \frac{١+٢-}{١+٢-} \text{ن} =$$

$$\text{ن} + \frac{٣}{٣} \text{ن} + \text{ن}^٢ + \frac{١-}{\text{ن}} =$$

$$-٤ \left[\text{س} \cdot (\text{س} + ١)(\text{س}^٣ - ١) \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot (\text{س}^٣ - \text{س}^٢ - ١) \right]$$

$$\text{ن} + \frac{١+٢}{١+٢} \text{س}^٣ - \frac{١+١}{١+١} \text{س}^٢ - \text{س} =$$

$$\text{ن} + \text{س} - \text{س}^٢ - \text{س}^٣ =$$

$$-٥ \left[\text{س} \cdot \text{س}^٢ \right]$$

$$\text{ن} : \text{س}^٢ = \text{س}^٢ - ١$$

$$\left[\text{س} \cdot (\text{س}^٢ - ١) = \text{س}^٢ - \text{س} + \text{ن} \right]$$

$$-٦ \left[\text{س} \cdot \text{س}^٢ \right]$$

$$\text{ن} : \text{س}^٢ = \frac{١}{٢} (\text{س}^٢ - ١)$$

$$\left[\frac{١}{٢} (\text{س}^٢ - ١) \right]$$

$$\left[\frac{١}{٢} (\text{س}^٢ - ١) - \frac{١}{٢} \text{س}^٢ + \frac{١}{٢} \right] = \text{ن} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \text{س}^٢ + \frac{١}{٢} \text{س}^٢ = \text{ن}$$

$$-٧ \left[\text{س} \cdot \frac{٥ + \text{س}^٦ + \text{س}^٢}{٥ + \text{س}} \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot \frac{(\text{س} + ١)(٥ + \text{س})}{(٥ + \text{س})} \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot (\text{س} + ١) \right] = \text{س} + \frac{٢}{٢} \text{س} + \text{ن}$$

$$-٨ \left[\text{س} \cdot \frac{١ - \text{س}^٢}{١ - \text{س}} \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot \frac{(\text{س} + ١)(١ - \text{س})}{(١ - \text{س})} \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot (\text{س} + ١) \right] = \text{س} + \frac{٢}{٢} \text{س} + \text{ن}$$

$$-٩ \left[\text{س} \cdot \text{س}^٣ \right] = \frac{١}{٣} \text{س}^٣ + \text{ن}$$

$$-١٠ \left[\text{س} \cdot (\text{س} - ٤) \right]$$

$$= \left[\text{س} \cdot \left(\text{س} - \frac{١}{٢} \right) \right]$$

$$= \text{ن} + \frac{١ + \frac{١}{٢} \text{س}}{١ + \frac{١}{٢}} - \text{س}^٤$$

$$= \text{ن} + \frac{٢}{٣} \text{س} - \text{س}^٤$$

$$= \text{ن} + \frac{٢}{٣} \text{س} - \text{س}^٤$$

الوحدة الرابعة

الاحصاء

س	ك	س × ك
٤	٧	٠٢٨
٥	٢٨	١٤٠
٦	٦٥	٣٩٠
٧	٤٣	٣٠١
٨	١٧	١٣٦
المجموع	١٦٠	٩٩٥

$$س = \frac{\sum س \times ك}{\sum ك} = \frac{٩٩٥}{١٦٠} = ٦.٢١٨٧٥ \text{ ساعة}$$

٥- فصل دراسي به ٤٢ طالبا ،
جلس منهم ٤٠ طالبا في أحد
امتحانات الرياضيات و تغيب
اثنان بسبب المرض فكان الوسط
الحسابي لدرجاتهم ٦٧ ، وبعد
اسبوع تقدم الطالبان اللذان تغيبا
للامتحان في المادة نفسها فحصل
أحدهما علي الدرجة ٤٥ و
حصل الثاني علي ٩٠ ، فكم
يصبح الوسط الحسابي لدرجات
جميع طلاب هذا الفصل ؟

$$\begin{aligned} \text{مجموع درجات الـ } ٤٠ \text{ طالب يساوي} \\ ٤٠ \times ٦٧ = ٢٦٨٠ \text{ درجة} \\ \text{مجموع درجات الـ } ٤٢ \text{ طالب يساوي} \\ ٢٦٨٠ + ١٣٥ = ٢٨١٥ \text{ درجة} \\ س = \frac{٢٨١٥}{٤٢} = ٦٧.٠٢ \text{ درجة} \end{aligned}$$

٦- مجموعتان من الطلاب تتكون
المجموعة الاولى من ١٠ طلاب
و الثانية من ١٢ طالبا ، أحرز
طلاب المجموعة الاولى الدرجات
التالية في مادة الرياضيات
٣٥ ، ٣٣ ، ٥٢ ، ٤٠

٤١ ، ٣٩ ، ٣٧ ، ٤٤ ، ٤٢ ، ٣٧ ،
أحرز طلاب كل من المجموعة
الثانية الدرجات التالية في مادة
الرياضيات
٥٦ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٤٩ ، ٢٧ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٤
٤٤ ، ٣٠ ، ١٧ ، ٢٣ جد الوسط
الحسابي لكل مجموعة ثم قارن

تمرين (٤ - ١) ص (٧٧ - ٧٨)

١- جد الوسط الحسابي لإنتاج مزرعة
دواجن من البيض إذا كان انتاجها اليومي
خلال ١٠ أيام كالآتي :
٥٠٠ ، ٩٠٠ ، ١٢٠٠ ، ٧٢٠ ، ٨٠٠ ، ٦٠٠ ،
١٠٠٠ ، ٩٥٠ ، ٨٥٠ ، ٧٠٠ ؟

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٨٢٢٠}{١٠} = ٨٢٢ \text{ بيضة}$$

٢- إذا كان إنتاج خمسة من آبار
البتترول السوداني ١٠٠٠٠ برميل
من البترول الخام ، جد متوسط
إنتاج البئر الواحدة ؟

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{١٠٠٠٠}{٥} = ٢٠٠٠ \text{ برميل}$$

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{١٠٠٠٠}{٥} = ٢٠٠٠ \text{ برميل}$$

٣- إذا كان متوسط درجات عدد من
التلاميذ ٣٦ درجة ، جد عدد
التلاميذ إذا كان مجموع درجاتهم ٥٤٠
درجة ؟

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٥٤٠}{٣٦} = ١٥ \text{ تلميذ}$$

$$س = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٥٤٠}{٣٦} = ١٥ \text{ تلميذ}$$

٤- أحد المصالح الحكومية أخذت
عينة مكونة من ١٦٠ عاملا و
وجد أن متوسط ساعات العمل
اليومية التي يقضونها موضحة
في الجدول التالي :

س	٤	٥	٦	٧	٨	المجموع
ك	٧	٢٨	٦٥	٤٣	١٧	١٦٠

أحسب متوسط ساعات العمل
اليومية ؟

ك	م	م × ك
٢٠	٢,٥	٥٠
١٥	٧,٥	١١٢,٥
٢٥	١٢,٥	٣١٢,٥
٢٠	١٧,٥	٣٥٠
١٢	٢٢,٥	٢٧٠
٨	٢٧,٥	٢٢٠
١٠٠		١٣١٥

$$س = \frac{\sum ك \cdot م}{\sum ك} = \frac{١٣١٥}{١٠٠} = ١٣,١٥ \text{ سنة}$$

٢- الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري للدرجات التي حصل عليها ٦٥ تلميذ في أحد الاختبارات :

التكرارات	الفئات (الدرجات)
٢	١٠ -
٥	٢٠ -
٨	٣٠ -
١٠	٤٠ -
١٣	٥٠ -
٩	٦٠ -
٧	٧٠ -
٤	٨٠ -
٢	٩٠ -
٦٠	المجموع

مستخدما طريقة الوسط الفرضي أحسب متوسط درجات هذا الفصل ؟

م	ك	ح = م - و	ح × ك
١٥	٢	٤٠ -	٠,٨٠ -
٢٥	٥	٣٠ -	١,٥٠ -
٣٥	٨	٢٠ -	١,٦٠ -
٤٥	١٠	١٠ -	١,٠٠ -
٥٥ (و)	١٣	صفر	صفر
٦٥	٩	١٠	٠,٩٠
٧٥	٧	٢٠	١,٤٠
٨٥	٤	٣٠	١,٢٠
٩٥	٢	٤٠	٠,٨٠
المجموع	٦٠		٦٠ -

بين مستوي المجموعتين في مادة الرياضيات ؟

$$\begin{aligned} & \text{الوسط الحسابي للمجموعة الاولى} = \\ & \text{مجموع الدرجات} \div \text{عدد الطلاب} = \\ & \frac{٤٠٠}{١٠} = ٤٠ \text{ درجة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثانية} = \\ & \text{مجموع الدرجات} \div \text{عدد الطلاب} = \\ & \frac{٤٩٠}{١٢} = ٤٠,٨ \text{ درجة} \end{aligned}$$

مستوي طلاب المجموعة الثانية أفضل من الاولى
٧- بمدرسة ثانوية كان متوسط عدد أيام الغياب خلال شهر بالصفوف الاول و الثاني و الثالث ٣,٥,٤ علي الترتيب إذا علمت أن عدد الطلاب في الصفوف الثلاثة هو ٣٠,٢٦,٣٤ علي الترتيب فما متوسط عدد أيام الغياب في المدرسة (هل المتوسطات تساوي المتوسط العام الذي حصلت عليه) ؟

$$\begin{aligned} & س١ = ٤, س٢ = ٥, س٣ = ٣ \\ & س١٧ = ٣٠, س٢٧ = ٢٦, س٣٧ = ٣٤ \\ & س = \frac{٣٠ \times ٣ + ٢٦ \times ٥ + ٣٠ \times ٤}{٣٠ + ٢٦ + ٣٠} \\ & س = \frac{٣٤ \times ٣ + ٢٦ \times ٥ + ٣٠ \times ٤}{٣٤ + ٢٦ + ٣٠} = ٣,٩ \text{ يوم} \end{aligned}$$

∴ المتوسطات لا تساوي المتوسط العام
تمرين (٤ - ٢) ص (٨٣ - ٨٤)
١- الجدول التالي يوضح سنوات الخبرة لمعلمي المرحلة الثانوية بأحد الولايات أحسب الوسط الحسابي للخبرة :

ف	٠ -	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -
ك	٢٠	١٥	٢٥	٢٠	١٢	٨

$$س = \frac{\sum_{ك} ٠.٢}{\sum_{ك} ١} = \frac{٢١٦٥}{١٠٠} = ٢١.٦٥$$

٥- مستخدما الوسط الفرضي جد الوسط الحسابي من الجدول التالي :

التكرارات	الفئات
١	- ٠
٢	- ٤
٢	- ٨
١٠	- ١٢
١٥	- ١٦
١٢	- ٢٠
٥	- ٢٤
٢	- ٢٨
١	- ٣٢

م	ك	ح = م - و	ح × ك
٢	١	١٦ -	١٦ -
٦	٢	١٢ -	٢٤ -
١٠	٢	٠٨ -	١٦ -
١٤	١٠	٠٤ -	٤٠ -
١٨ (و)	١٥	صفر	صفر
٢٢	١٢	٠٤	٤٨
٢٦	٥	٠٨	٤٠
٣٠	٢	١٢	٢٤
٣٤	١	١٦	١٦
المجموع	٥٠		٣٢

$$س = \frac{\sum_{ك} ٠.٤}{\sum_{ك} ١} + ١٨ = \frac{٣٢}{٥٠} + ١٨ = ١٨.٦٤$$

تمرين (٤ - ٣) ص (٩١ - ٩٢)
١- جد الوسط الحسابي والوسيط للمفردات التالية :

٤٢٤ ، ٢٧٥ ، ٢١٢ ، ٢٦٦ ، ٢٨ ،
٤١٦ ، ٣٣٨ ، ٤٢٨ ، ٥٠٢ ، ٥٠٨ ، ٤١٦ ،
اولا : الوسط الحسابي يساوي

$$س = \frac{\sum_{ك} ١}{\sum_{ك} ١} = \frac{٣٦٤٩}{١٠} = ٣٦.٤٩$$

$$س = \frac{\sum_{ك} ٠.٤}{\sum_{ك} ١} + و = \frac{٦٠}{٦٠} - ٥٥ = ٠.٤ - ٥٥ = ٥٤ \text{ درجة}$$

٣- فيما يلي التوزيع التكراري للأجور اليومية لعدد من العاملين بأحدي المؤسسات :

الفئات (الاجور بالدينار)	عدد العاملين
- ٦٠	٣
- ١٢٠	٥
- ١٨٠	٢٠
- ٢٤٠	١٠
- ٣٠٠	١٢
المجموع	٥٠

أحسب متوسط اجور العاملين اليومية ؟

ك	م	م × ك
٣	٩٠	٠.٢٧٠
٥	١٥٠	٠.٧٥٠
٢٠	٢١٠	٤٢٠٠
١٠	٢٧٠	٢٧٠٠
١٢	٣٣٠	٣٩٦٠
٥٠		١١٨٨٠

$$س = \frac{\sum_{ك} ٠.٢}{\sum_{ك} ١} = \frac{١١٨٨٠}{٥٠} = ٢٣٧.٦ \text{ دينار}$$

٤- أحسب الوسط الحسابي من الجدول التكراري التالي :

ف	ك	م	م × ك
- ٠	٢	٢,٥	٠,٥
- ٥	٦	٧,٥	٠,٤٥
- ١٠	١٠	١٢,٥	١,٢٥
- ١٥	٢٠	١٧,٥	٣,٥٠
- ٢٠	٣٠	٢٢,٥	٦,٧٥
- ٢٥	٢٠	٢٧,٥	٥,٥٠
- ٣٠	٧	٣٢,٥	٢٢٧,٥
- ٣٥	٥	٣٧,٥	١٨٧,٥
المجموع	١٠٠		٢١٦٥

ثانيا : الوسيط ، نرتب المفردات تصاعديا
 ٣٣٨ ، ٢٨ ، ٢٧٥ ، ٢٦٦ ، ٤١٦ ، ٤٢٤ ، ٤٢٨ ، ٥٠٢ ، ٥٠٨ ،

: عدد المفردات $n = 10$ زوجي ،

نأخذ متوسط العددين اللذين ترتيبهما

$\frac{10}{2}$ ، $\frac{10}{2} + 1$ أي ٦ ، ٥ ، ولكن

العدد الخامس هو ٣٣٨ ، العدد

السادس هو ٤١٦

: الوسيط $ط = \frac{٣٣٨ + ٤١٦}{٢} = ٣٧٧$

٢- أحسب الوسيط و الربيعين الأدنى و الأعلى من الجدول التكراري التالي :

ك	ف
٣	- ٢٠
٩	- ٢٥
١٣	- ٣٠
١٦	- ٣٥
٢٠	- ٤٠
١٥	- ٤٥
١٣	- ٥٠
٨	- ٥٥
٣	- ٦٠
١٠٠	المجموع

الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٥	٣
أقل من ٣٠	١٢
أقل من ٣٥	٢٥
أقل من ٤٠	٤١
أقل من ٤٥	٦١
أقل من ٥٠	٧٦
أقل من ٥٥	٨٩
أقل من ٦٠	٩٧
أقل من ٦٥	١٠٠

أولا الوسيط :

ترتيبه $٥٠ = \frac{١٠٠}{٢} = \frac{n}{٢}$

فئة الوسيط = ٤٥ - ٤٠ طولها ٥

ك = ٦١ ، ك = ٦١

$$ط = ١٥ + ١٥ \times \frac{١٥ - \frac{n}{٢}}{١٥ - ٢٥}$$

$$: ط = ٤٠ + ٥ \times \frac{٤١ - ٥٠}{٤١ - ٦١} = ٤٢٢٥$$

ثانيا : الربيع الأدنى

ترتيبه $٢٥ = \frac{١٠٠}{٤} = \frac{n}{٤}$

فئة الربيع الأدنى = ٣٥ - ٤٠ طولها ٥

ك = ٢٥ ، ك = ٤١

$$١٧ = ١٥ + ١٥ \times \frac{١٥ - \frac{n}{٤}}{١٥ - ٢٥}$$

$$: ١٧ = ٣٥ + ٥ \times \frac{٢٥ - ٢٥}{٢٥ - ٤١}$$

ثالثا : الربيع الأعلى

ترتيبه $٧٥ = \frac{٣٠٠}{٤} = \frac{n٣}{٤}$

فئة الربيع الأعلى = ٤٥ - ٥٠ طولها ٥

ك = ٦١ ، ك = ٧٦

$$٢٧ = ١٥ + ١٥ \times \frac{١٥ - \frac{n٣}{٤}}{١٥ - ٢٥}$$

$$: ٢٧ = ٤٥ + ٥ \times \frac{٦١ - ٧٥}{٦١ - ٧٦} = ٤٩٦٧$$

٣- الدرجات التالية في الجدول التكراري تمثل درجات ١٢٠ تلميذا في

امتحان العلوم ، جد الوسط

الحسابي و الوسيط لها ؟

التكرارات	الفئات
١	- ٣٠
٥	- ٤٠
٥	- ٥٠
٢٠	- ٦٠
٤٠	- ٧٠
٣٠	- ٨٠
٩	- ٩٠
١١٠	المجموع

اولا : الوسط الحسابي

المطلوب حساب متوسط الدخل باستخدام الوسيط مرة ثم باستخدام الوسط الحسابي مرة أخرى ؟
اولا : الوسيط

الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
اقل من ٤	٥
اقل من ٨	١٥
اقل من ١٢	٢٦
اقل من ١٦	٤٠
اقل من ٢٠	٧٠
اقل من ٢٤	٩٠
اقل من ٢٨	١٠٠

$$\text{ترتيبه} = \frac{100}{2} = \frac{N}{2} = 50$$

فئة الوسيط = ١٦ - ٢٠ طولها ٤
ل٤ = ٤٠ ، ل٥ = ٧٠

$$P = 15 + \frac{\frac{N}{2} - L_4}{L_5 - L_4} \times F$$

$$P = 16 + \frac{50 - 40}{70 - 40} \times 17.33 = 17.33 \text{ دينار}$$

ثانيا : الوسط الحسابي

ك	م	م × ك
٥	٢	١٠
١٠	٦	٦٠
١١	١٠	١١٠
١٤	١٤	١٩٦
٣٠	١٨	٥٤٠
٢٠	٢٢	٤٤٠
١٠	٢٦	٢٦٠
١٠٠		١٦١٦

$$S = \frac{\sum K \times M}{\sum K} = \frac{1616}{100} = 16.16 \text{ دينار}$$

٥- أحسب الوسيط في كل من الجداول التكرارية التالية :

(أ)

ك	م	م × ك	ك	م	م × ك
٥	١٥	٧٥	١٠	٣٠	٣٠
١٠	٤٠	٤٠٠	٣٠	٤٨	١٢٠

ك	م	م × ك
١	٣٥	٣٥
٥	٤٥	٢٢٥
٥	٥٥	٢٧٥
٢٠	٦٥	١٣٠٠
٤٠	٧٥	٣٠٠٠
٣٠	٨٥	٢٥٥٠
٩	٩٥	٨٥٥
١١٠		٨٢٤٠

$$S = \frac{\sum K \times M}{\sum K} = \frac{8240}{110} = 74.91 \text{ درجة}$$

ثانيا : الوسيط

الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
اقل من ٤٠	١
اقل من ٥٠	٦
اقل من ٦٠	١١
اقل من ٧٠	٣١
اقل من ٨٠	٧١
اقل من ٩٠	١٠١
اقل من ١٠٠	١١٠

$$\text{ترتيبه} = \frac{110}{2} = \frac{N}{2} = 55$$

فئة الوسيط = ٧٠ - ٨٠ طولها ١٠
ل٤ = ٣١ ، ل٥ = ٧١

$$P = 15 + \frac{\frac{N}{2} - L_4}{L_5 - L_4} \times F$$

$$P = 70 + \frac{55 - 31}{71 - 31} \times 10 = 76 \text{ درجة}$$

٤- الجدول التالي يوضح توزيع دخول عدد الاسر بألاف الدينارات :

التكرارات	الفئات
٥	- ٠
١٠	- ٤
١١	- ٨
١٤	- ١٢
٣٠	- ١٦
٢٠	- ٢٠
١٠	- ٢٤

$$٢٢ = ١ \text{ لـ} \quad ، \quad ٤٠ = ٢ \text{ لـ} \\ \text{ط} = ٢٦ + ٤ \times \frac{٢٢ - ٣٠}{٢٢ - ٤٠} = ٢٧,٧٨$$

(ج)

التكرارات	الفئات
٢	- ١٠
٦	- ١٤
١٥	- ١٨
٢٠	- ٢٢
١٠	- ٢٦
٤	- ٣٠
٣	- ٣٤

تكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
٢	اقل من ١٤
٨	اقل من ١٨
٢٣	اقل من ٢٢
٤٣	اقل من ٢٦
٥٣	اقل من ٣٠
٥٧	اقل من ٣٤
٦٠	اقل من ٣٨

$$\text{ترتيبه} = \frac{٦٠}{٢} = \frac{٧}{٢} = ٣٠ \\ \text{فئة الوسيط} = ٢٦ - ٢٢ = ٤ \text{ طولها} \\ \text{لـ} ٢٣ = ١ \quad ، \quad \text{لـ} ٤٣ = ٢ \\ \text{ط} = ٢٢ + ٤ \times \frac{٢٣ - ٣٠}{٢٣ - ٤٣} = ٢٣,٤$$

(د)

التكرارات	الفئات
٥	- ٢٠
١٠	- ٢٥
٢٠	- ٣٠
١٥	- ٣٥
٢٠	- ٤٠
١٥	- ٤٥
٧	- ٥٠
٨	- ٥٥

تكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
٥	اقل من ٢٠
٢٠	اقل من ٢٧
٦٠	اقل من ٣٤
١١٠	اقل من ٤١
١٤٠	اقل من ٤٨
١٥٠	اقل من ٥٥

$$\text{ترتيبه} = \frac{١٥٠}{٢} = \frac{٧}{٢} = ٧٥ \\ \text{فئة الوسيط} = ٤١ - ٣٤ = ٧ \text{ طولها} \\ \text{لـ} ٦٠ = ١ \quad ، \quad \text{لـ} ١١٠ = ٢ \\ \text{ط} = ٣٤ + ٧ \times \frac{٦٠ - ٧٥}{٦٠ - ١١٠} = ٣٦,١$$

(ب)

التكرارات	الفئات
٢	- ١٤
٥	- ١٨
١٥	- ٢٢
١٨	- ٢٦
١٠	- ٣٠
٧	- ٣٤
٣	- ٣٨

تكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات
٢	اقل من ١٨
٧	اقل من ٢٢
٢٢	اقل من ٢٦
٤٠	اقل من ٣٠
٥٠	اقل من ٣٤
٥٧	اقل من ٣٨
٦٠	اقل من ٤٢

$$\text{ترتيبه} = \frac{٦٠}{٢} = \frac{٧}{٢} = ٣٠ \\ \text{فئة الوسيط} = ٣٠ - ٢٦ = ٤ \text{ طولها}$$

$$س = \frac{\sum k \times k}{\sum k} = \frac{8788}{200} = 43.94 \text{ اسبوع}$$

ثانيا : المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة
الفئة المنوالية ٤٢ - ٤٦ طولها ٤
المنوال = هـ + س <= س + ٤٢
س تمثل جز من طول الفئة نحسبها من
المعادلة التالية

$$\frac{س - ك}{ف - س} = \frac{ك - ك}{ك - ك}$$

$$ف = ٤ ، س = ؟$$

$$ك = ٥٥ ، ك = ٤٠ ، ك = ٣٥$$

$$\leftarrow \frac{س}{س - ٤} = \frac{٤٠ - ٥٥}{٣٥ - ٥٥} = \frac{١٥}{٢٠}$$

$$٢٠س = ٦٠ - ١٥س \leftarrow \therefore س = ١٧١$$

∴ المنوال = ٤٢ + ١٧١ = ٢١٣ اسبوع

٤- الجدول التالي يوضح فئات أعمار
٢٥٠ شخصا يعملون في أحد الشركات

عدد الاشخاص	فئة العمر
٢	٢٥ -
١٥	٢٨ -
٢٠	٣١ -
٤٥	٣٤ -
٧٥	٣٧ -
٤١	٤٠ -
٢٥	٤٣ -
٢٠	٤٦ -
٧	٤٩ -

أحسب المنوال مقربا لأقرب سنة ؟

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة

الفئة المنوالية ٣٧ - ٤٠ طولها ٣

المنوال = هـ + س <= س + ٣٧

س تمثل جز من طول الفئة نحسبها من

$$\frac{س - ك}{ف - س} = \frac{ك - ك}{ك - ك}$$

$$ف = ٣ ، س = ؟$$

$$ك = ٧٥ ، ك = ٤٥ ، ك = ٤١$$

$$\text{ترتيب الاول} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠ \text{ أي } ط = ٣$$

$$\text{ترتيب الثاني} = \frac{١٠٠}{٢} + ١ = ٥١ ، ط = ٢$$

الوسيط يساوي متوسط القيمتين

$$\therefore \text{الوسيط} = \frac{ط + ١ط}{٢} = \frac{٣ + ٣}{٢} = ٣$$

ج- المنوال

∴ المنوال يقابل المفردة الأكثر تكرارا

∴ المنوال يساوي ٢

٣- الجدول التالي يوضح العمر الزمني

بالأسبوع بالنسبة الي ٢٠٠ مصباح

كهربائي اخذت كعينة من أحد

المصانع :

عدد المصابيح	العمر بالأسبوع
٥	٢٦ -
١٠	٣٠ -
٢٠	٣٤ -
٤٠	٣٨ -
٥٥	٤٢ -
٣٥	٤٦ -
١٩	٥٠ -
١٠	٥٤ -
٦	٥٨ -

احسب الوسط الحسابي و المنوال

مقربا لأقرب أسبوع ؟

أولا : الوسط الحسابي

ك	م	م × ك
٥	٢٨	١٤٠
١٠	٣٢	٣٢٠
٢٠	٣٦	٧٢٠
٤٠	٤٠	١٦٠٠
٥٥	٤٤	٢٤٢٠
٣٥	٤٨	١٦٨٠
١٩	٥٢	٩٨٨
١٠	٥٦	٥٦٠
٦	٦٠	٣٦٠
٢٠٠		٨٧٨٨

ك	م	م × ك
٥	٣٠	٠١٥٠
١٠	٤٠	٠٤٠٠
١٠	٥٠	٠٥٠٠
٣٥	٦٠	٢١٠٠
٢٠	٧٠	١٤٠٠
١١	٨٠	٠٨٨٠
٦	٩٠	٠٥٤٠
٣	١٠٠	٠٣٠٠
١٠٠		٦٢٧٠

$$س = \frac{\sum ك \times م}{\sum ك} = \frac{٦٢٧٠}{١٠٠} = ٦٢٧$$

ثالثا : الوسيط

الحدود العليا للفئات	تكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٣٥	٥
أقل من ٤٥	١٥
أقل من ٥٥	٢٥
أقل من ٦٥	٦٠
أقل من ٧٥	٨٠
أقل من ٨٥	٩١
أقل من ٩٥	٩٧
أقل من ١٠٥	١٠٠

$$ترتيبه = \frac{ن}{٢} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

فئة الوسيط = ٥٥ - ٦٥ طولها ١٠

$$ك = ٢٥ = ١ ، ك = ٦٠ = ٢$$

$$ط = ٥٥ + ١٠ \times \frac{٥٠ - ٥٠}{٦٠ - ٥٠} = ٦٢٧$$

رابعا : الربيع الأدنى

$$ترتيبه = \frac{ن}{٤} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$$

فئة الربيع الأدنى = ٥٥ - ٦٥ طولها ١٠

$$ك = ٢٥ = ١ ، ك = ٦٠ = ٢$$

$$١٧ = ١٧ + ١٠ \times \frac{٢٥ - ٢٥}{٦٠ - ٥٠}$$

$$\therefore ٥٥ = ٥٥ + ١٠ \times \frac{٢٥ - ٢٥}{٦٠ - ٥٠}$$

$$\leftarrow \frac{س}{س-٣} = \frac{٤٥-٧٥}{٤١-٧٥} = \frac{٣٠}{٣٤}$$

$$٣٤س = ٣٠(س-٩٠) \Rightarrow ٣٤س = ٣٠س - ٢٧٠ \Rightarrow ٤س = -٢٧٠ \Rightarrow س = -٦٧.٥$$

: المنوال يساوي

$$٣٧ + ١٤٠.٦٢٥ = ٣٨٤.٦٢٥ \text{ سنة}$$

٥- جد المنوال ، الوسط الحسابي ،

الوسيط ، الربيعين الأدنى والأعلى

من الجدول التكراري التالي :

التكرارات	الفئات
٥	- ٢٥
١٠	- ٣٥
١٠	- ٤٥
٣٥	- ٥٥
٢٠	- ٦٥
١١	- ٧٥
٦	- ٨٥
٣	- ٩٥

أولا : المنوال

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة

الفئة المنوالية ٥٥ - ٦٥ طولها ١٠

$$س + ٥٥ = س + ٥٥$$

س تمثل جز من طول الفئة نحسبها من

المعادلة التالية

$$\frac{س}{س-٥} = \frac{ك-١}{٢ك-١}$$

$$١٠ = س ، س = ؟$$

$$ك = ٣٥ ، ك = ١٠ ، ك = ٢٠$$

$$\leftarrow \frac{س}{س-١٠} = \frac{١٠-٣٥}{٢٠-٣٥} = \frac{٢٥}{١٥}$$

$$١٥س = ٢٥(س-١٠) \Rightarrow ١٥س = ٢٥س - ٢٥٠ \Rightarrow ١٠س = ٢٥٠ \Rightarrow س = ٢٥$$

$$\therefore \text{المنوال} = ٦٢٥ + ٥٥ = ٦٨٠$$

ثانيا : الوسط الحسابي

نكون جدول من ثلاثة أعمدة ، العمود

الاول يحتوي علي التكرارات والعمود

الثاني يحتوي علي مراكز الفئات و

العمود الثالث يحتوي علي حاصل

ضرب المراكز في التكرار

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة
الفئة المنوالية ٢٦ - ٣٠ طولها ٤
المنوال = هـ + س = ٢٦ + س
س تمثل جز من طول الفئة نحسبها
من المعادلة التالية

$$\frac{س}{س - ف} = \frac{ك - ك'}{٢ك - ك'}$$

$$س = ف ، س = ؟$$

$$ك = ١٨ ، ك' = ١٢ ، ك = ١٠$$

$$\frac{س}{س - ٤} = \frac{١٢ - ١٨}{١٠ - ١٨} = \frac{٣}{٤} \leftarrow$$

$$٤س = ٣(س - ٤) \Rightarrow ٤س = ٣س - ١٢ \Rightarrow س = ١٢$$

$$\therefore \text{المنوال} = ١٢ + ٢٦ = ٣٨$$

ج -

التكرارات	الفئات
٢	١٠ -
٦	١٤ -
١١	١٨ -
٢٠	٢٢ -
١٠	٢٦ -
٨	٣٠ -
٣	٣٤ -

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة
الفئة المنوالية ٢٢ - ٢٦ طولها ٤
المنوال = هـ + س = ٢٢ + س
س تمثل جز من طول الفئة نحسبها
من المعادلة التالية

$$\frac{س}{س - ف} = \frac{ك - ك'}{٢ك - ك'}$$

$$س = ف ، س = ؟$$

$$ك = ٢٠ ، ك' = ١١ ، ك = ١٠$$

$$\frac{س}{س - ٤} = \frac{١١ - ٢٠}{١٠ - ٢٠} = \frac{٩}{١٠} \leftarrow$$

$$١٠س = ٩(س - ٤) \Rightarrow ١٠س = ٩س - ٣٦ \Rightarrow س = ٣٦$$

$$\therefore \text{المنوال} = ٣٦ + ٢٢ = ٥٨$$

خامسا : الربيع الأعلى

$$\text{ترتيبه} = \frac{٧٣}{٤} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥$$

فئة الربيع الأعلى = ٦٥ - ٧٥ طولها ١٠

$$ك = ٦٠ ، ك' = ٨٠$$

$$\frac{س}{س - ف} = \frac{ك - ك'}{٢ك - ك'}$$

$$\therefore ٢س = ١٠ \times \frac{٦٠ - ٧٥}{٦٠ - ٨٠} + ٦٥ = ٧٢.٥$$

٦- أحسب المنوال في كل من الجداول
التكرارية التالية :
أ -

ف	١٣ -	٢٠ -	٢٧ -	٣٤ -	٤١ -	٤٨ -
ك	٦	١٥	٤٠	٥٠	٢٥	١٤

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة
الفئة المنوالية ٣٤ - ٤١ طولها ٧
المنوال = هـ + س = ٣٤ + س
س تمثل جز من طول الفئة نحسبها من
المعادلة التالية

$$\frac{س}{س - ف} = \frac{ك - ك'}{٢ك - ك'}$$

$$س = ف ، س = ؟$$

$$ك = ٥٠ ، ك' = ٤٠ ، ك = ٢٥$$

$$\frac{س}{س - ٧} = \frac{٤٠ - ٥٠}{٢٥ - ٥٠} = \frac{٢}{٥} \leftarrow$$

$$٥س = ٢(س - ٧) \Rightarrow ٥س = ٢س - ١٤ \Rightarrow س = ١٤$$

$$\therefore \text{المنوال} = ١٤ + ٣٤ = ٤٨$$

ب -

التكرارات	الفئات
٢	١٤ -
٨	١٨ -
١٢	٢٢ -
١٨	٢٦ -
١٠	٣٠ -
٧	٣٤ -
٣	٣٨ -

$$\sqrt[2]{\frac{314}{20}} = \sqrt[2]{\frac{(س-س)}{2}} \text{ الانحراف المعياري يساوي}$$

٢- جد المدى المطلق ، المنوال ، الوسط الحسابي ، الوسيط ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري من الجدول أدناه :

فئات	- ٢٥	- ٣٥	- ٤٥	- ٥٥	- ٦٥	- ٧٥	- ٨٥	- ٩٥
تكرارات	٥	٩	١١	٣٥	١٦	١٢	٩	٣

المدى المطلق يساوي الحد الاعلى للفئة الاخيرة - الحد الادنى للفئة الاولى
 ∴ المدى المطلق = ١٠٥ - ٢٥ = ٨٠

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة ← الفئة المنوالية ٥٥ - ٦٥ طولها ١٠ المنوال = ٥ + س ← = ٥٥ + س ، حيث س تمثل جز من طول الفئة

$$\frac{ك - ١٠}{٢ك - ١٠} = \frac{س}{س - ١٠} \text{ نحسبها من المعادلة التالية}$$

$$١٠ = ف ، س = ؟ ، ك = ٣٥ ، ١١ = ك ، ١٦ = ٢ك$$

$$١٠ - س = \frac{١١ - ٣٥}{١٦ - ٣٥} = \frac{س}{١٩} \leftarrow ١٩س = ٢٤٠ - ٢٤س \leftarrow ∴ س = ٥٨$$

$$∴ المنوال = ٥٥ + ٥٨ = ١٠٣$$

الوسط الحسابي

ك	٥	٩	١١	٣٥	١٦	١٢	٩	٣	١٠٠
م	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	
م × ك	١٥٠	٣٦٠	٥٥٠	٢١٠٠	١١٢٠	٩٦٠	٨١٠	٣٠٠	٦٣٥٠

$$س = \frac{ك \times م}{ك} = \frac{٦٣٥٠}{١٠٠} = ٦٣٥$$

الوسيط

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٣٥	٥
أقل من ٤٥	١٤
أقل من ٥٥	٢٥
أقل من ٦٥	٦٠
أقل من ٧٥	٧٦
أقل من ٨٥	٨٨
أقل من ٩٥	٩٧
أقل من ١٠٥	١٠٠

ترتيبه $= \frac{v}{p} = \frac{100}{2} = 50$ ، فئة الوسيط $= 65 - 50 = 15$ طولها 10

$$60 = 2k \text{ ، } 25 = k \text{ ، } 60 = p \leftarrow 62.14 = 10 \times \frac{25 - 50}{25 - 60} + 50$$

الانحراف الربيعي يساوي $\frac{1}{4}(p - 2k)$

اولا: نحسب قيمة الربيع الادنى

ترتيب الربيع الادنى $= \frac{v}{4} = \frac{100}{4} = 25$ ، فئة الربيع الأدنى $= 65 - 50 = 15$ طولها 10

$$15 = 10 \times \frac{k - \frac{v}{4}}{k - 2k} + 15 \text{ ، } 25 = k \text{ ، } 60 = 2k$$

$$50 = 10 \times \frac{25 - 25}{25 - 60} + 50 = 15$$

ثانيا نحسب قيمة الربيع الأعلى

ترتيبه $= \frac{v+3}{4} = \frac{103}{4} = 25.75$ ، فئة الربيع الأعلى $= 75 - 65 = 10$ طولها 10

$$25 = 10 \times \frac{k - \frac{v+3}{4}}{k - 2k} + 15 \text{ ، } 60 = 2k \text{ ، } 76 = 2k$$

$$74.375 = 10 \times \frac{60 - 75}{60 - 76} + 65 = 25$$

∴ الانحراف الربيعي يساوي $\frac{1}{4}(50 - 74.375) = 9.6875$

الانحراف المتوسط

ف	ك	م	م × ك	م - س	م - س ك	ك × م - س
25 -	5	30	150	33,5 -	33,5	167,5
35 -	9	40	360	23,5 -	23,5	211,5
45 -	11	50	550	13,5 -	13,5	148,5
55 -	35	60	2100	3,5 -	3,5	122,5
65 -	16	70	1120	6,5	6,5	104
75 -	12	80	960	16,5	16,5	198
85 -	9	90	810	26,5	26,5	238,5
95 -	3	100	300	36,5	36,5	109,5
	100		6350			1300

$$13 = \frac{1300}{100} = \frac{\sum (م - س) \times ك}{\sum ك} = \text{الانحراف المتوسط} \therefore 63.5 = \text{س} \therefore$$

$$\frac{\sum ك \times (م - س)^2}{\sum ك} = \text{الانحراف المعياري ع}$$

ف	ك	م	ك × م	م - س	(م - س)²	ك × (م - س)²
٢٥ -	٥	٣٠	١٥٠	٣٣,٥ -	١١٢٢,٢٥	٥٦١١,٢٥
٣٥ -	٩	٤٠	٣٦٠	٢٣,٥ -	٥٥٢,٢٥	٤٩٧٠,٢٥
٤٥ -	١١	٥٠	٥٥٠	١٣,٥ -	١٨٢,٢٥	٢٠٠٤,٧٥
٥٥ -	٣٥	٦٠	٢١٠٠	٣,٥ -	١٢,٢٥	٤٢٨,٧٥
٦٥ -	١٦	٧٠	١١٢٠	٦,٥	٤٢,٢٥	٦٧٦
٧٥ -	١٢	٨٠	٩٦٠	١٦,٥	٢٧٢,٢٥	٣٢٦٧
٨٥ -	٩	٩٠	٨١٠	٢٦,٥	٧٠٢,٢٥	٦٣٢٠,٢٥
٩٥ -	٣	١٠٠	٣٠٠	٣٦,٥	١٣٣٢,٢٥	٣٩٩٦,٧٥
	١٠٠		٦٣٥٠			٢٧٢٧٥

$$\bar{س} = ٦٣,٥ = \frac{\sum ك \times م}{\sum ك} = \frac{\sum ك \times (م - \bar{س})}{\sum ك} = \frac{٢٧٢٧٥}{١٠٠} = ٢٧٢,٧٥$$

٣- جد المدى المطلق ، الانحراف المتوسط ، الانحراف الربيعي و الانحراف المعياري من الجدول أدناه :

الفئات	١٢ -	١٦ -	٢٠ -	٢٤ -	٢٨ -
التكرارات	٧	٩	١٥	٦	٣

المدى المطلق يساوي الحد الاعلى للفئة الاخيرة - الحد الادنى للفئة الاولى

$$\therefore \text{المدى المطلق} = ٣٢ - ٢١ = ٢٠$$

الانحراف المتوسط

ف	ك	م	ك × م	م - س	م - س	ك × م - س
١٢ -	٧	١٤	٠,٩٨	٦,٩ -	٦,٩	٤٨,٣
١٦ -	٩	١٨	١,٦٢	٢,٩ -	٢,٩	٢٦,١
٢٠ -	١٥	٢٢	٣,٣٠	١,١	١,١	١٦,٥
٢٤ -	٦	٢٦	١,٥٦	٥,١	٥,١	٣٠,٦
٢٨ -	٣	٣٠	٠,٩٠	٩,١	٩,١	٢٧,٣
	٤٠		٨,٣٦			١٤٨,٨

$$\text{اولا نحسب الوسط الحسابي} \bar{س} = \frac{\sum ك \times م}{\sum ك} = \frac{٨٣٦}{٤٠} = ٢٠,٩$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum (s - 2) \times k}{\sum k} = \frac{14888}{40} = 372$$

لإيجاد الانحراف الربيعي نوجد أولا الربيعين الاعلى و الادنى

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٦	٧
أقل من ٢٠	١٦
أقل من ٢٤	٣١
أقل من ٢٨	٣٧
أقل من ٣٢	٤٠

اولا نحسب قيمة الربيع الادنى \Leftarrow ترتيب الربيع الادنى $= \frac{N}{4} = \frac{40}{4} = 10$

فئة الربيع الأدنى = ١٦ - ٢٠ طولها ٤ ، $\therefore 10 = 16 + k \times \frac{10 - 16}{4 - 16}$

$10 = 16 + k \times \frac{10 - 16}{4 - 16} \therefore 16 = k \times \frac{7 - 10}{7 - 16} + 16 = 1733$ ، $7 = k$ ، $16 = 2k$

ثانيا نحسب قيمة الربيع الأعلى \Leftarrow ترتيبه $= \frac{N+1}{4} = \frac{41}{4} = 10.25$

فئة الربيع الأعلى = ٢٠ - ٢٤ طولها ٤ ، $\therefore 10.25 = 20 + k \times \frac{10.25 - 20}{24 - 20} + 16 = 2373$ ، $31 = 2k$ ، $16 = k$

$2373 = 20 + k \times \frac{16 - 30}{16 - 31} + 20 = 2373$ ، $31 = 2k$ ، $16 = k$

\therefore الانحراف الربيعي يساوي $\frac{1}{2} (1733 - 2373) = 320$

الانحراف المعياري

ف	ك	م	ك × ٢	س - ٢	(س - ٢)²	ك × (س - ٢)²
- ١٢	٧	١٤	٠٩٨	- ٦,٩	٤٧,٦١	٣٣٣,٢٧
- ١٦	٩	١٨	١٦٢	- ٢,٩	٠٨,٤١	٠٧٥,٦٩
- ٢٠	١٥	٢٢	٣٣٠	١,١	٠,١٢١	٠١٨,١٥
- ٢٤	٦	٢٦	١٥٦	٥,١	٢٦,٠١	١٥٦,٠٦
- ٢٨	٣	٣٠	٠٩٠	٩,١	٨٢,٨١	٢٤٨,٤٣
	٤٠		٨٣٦			٨٣١,٦

$$\therefore s = 20.9 ، \therefore \frac{\sum (s - 2)^2 \times k}{\sum k} = \frac{8316}{40} = 207.9$$

٤- الجدول التكراري التالي يوضح توزيع أعمار ٤٠ شخصا

الفئات	- ١٠	- ١٤	- ١٨	- ٢٢	- ٢٦	المجموع
التكرارات	٣	٧	١٦	١٠	٤	٤٠

جد المدي المطلق ، المنوال ، الوسط الحسابي ، الوسيط ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري ؟
 المدي المطلق يساوي الحد الاعلى للفئة الاخيرة - الحد الادنى للفئة الاولى
 ∴ المدي المطلق = 30 - 10 = 20

المنوال بطريقة بيرسون الدقيقة ⇐ الفئة المنوالية 18 - 22 طولها 4
 المنوال = ه + س ⇐ س + 18 ، حيث س تمثل جز من طول الفئة

$$\text{نحسبها من المعادلة التالية } \frac{ك - 1ك}{2ك - ك} = \frac{س}{س - 1ك}$$

$$ف = 4 ، س = ؟ ، ك = 16 ، 1ك = 7 ، 2ك = 10$$

$$\frac{س}{س - 4} = \frac{7 - 16}{10 - 16} = \frac{3}{2} \Rightarrow س = 12 - 3س \Rightarrow س = 20$$

$$\therefore \text{المنوال} = 20 + 18 = 38$$

الوسط الحسابي

م	12	16	20	24	28	المجموع
ك	3	7	16	10	4	40
م × ك	36	112	320	240	112	820

$$س = \frac{\sum ك \times م}{\sum ك} = \frac{820}{40} = 20.5$$

الوسيط

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 14	3
أقل من 18	10
أقل من 22	26
أقل من 26	36
أقل من 30	40

ترتيبه = $\frac{40}{2} = 20 = \frac{40}{2}$ ، فئة الوسيط = 18 - 22 طولها 4

$$20.5 = 4 \times \frac{10 - 20}{10 - 26} + 18 = ط \Rightarrow 26 = 2ك ، 10 = 1ك$$

الانحراف الربيعي

اولا نحسب قيمة الربيع الادنى ⇐ ترتيب الربيع الادنى = $\frac{40}{4} = 10 = \frac{40}{4}$

فئة الربيع الأدنى = 18 - 22 طولها 4 ، ∴ 18 = ه + س ، $\frac{1ك - \frac{40}{4}}{1ك - 2ك} + 18 = 18$

$$18 = 4 \times \frac{10 - 10}{10 - 26} + 18 = 18 \therefore 26 = 2ك ، 10 = 1ك$$

ثانياً نحسب قيمة الربيع الأعلى \Leftarrow ترتيبه $= \frac{120}{4} = \frac{30}{1} = 30$
 فئة الربيع الأعلى = $26 - 22 = 4$ ، $\therefore 28 = 22 + 4 \times \frac{26 - 30}{26 - 36}$

$$236 = 4 \times \frac{26 - 30}{26 - 36} + 22 = 28 \quad , \quad 36 = 2 \quad , \quad 26 = 1$$

\therefore الانحراف الربيعي يساوي $\frac{1}{4} (18 - 236) = 28$

الانحراف المتوسط

ف	ك	م	ك × م	م - س	م - س	ك × (م - س)
- ١٠	٣	١٢	٠.٣٦	٨,٥ -	٨,٥	٢٥,٥
- ١٤	٧	١٦	١١٢	٤,٥ -	٤,٥	٣١,٥
- ١٨	١٦	٢٠	٣٢٠	٠,٥ -	٠,٥	٠,٠٨
- ٢٢	١٠	٢٤	٢٤٠	٣,٥	٣,٥	٣٥
- ٢٦	٤	٢٨	١١٢	٧,٥	٧,٥	٣٠
	٤٠		٨٢٠			١٣٠

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum (ك \times (م - س))}{\sum ك} = \frac{130}{40} = 3,25$$

الانحراف المعياري

ف	ك	م	ك × م	م - س	م - س	ك × (م - س)²
- ١٠	٣	١٢	٠.٣٦	٨,٥ -	٨,٥	٢١٦,٧٥
- ١٤	٧	١٦	١١٢	٤,٥ -	٤,٥	١٤١,٧٥
- ١٨	١٦	٢٠	٣٢٠	٠,٥ -	٠,٥	٠,٠٤
- ٢٢	١٠	٢٤	٢٤٠	٣,٥	٣,٥	١٢٢,٥
- ٢٦	٤	٢٨	١١٢	٧,٥	٧,٥	٢٢٥
	٤٠		٨٢٠			٧١٠

$$\therefore \text{س} = 2,05 \quad , \quad \therefore \text{ع} = \sqrt{\frac{\sum (ك \times (م - س)²)}{\sum ك}} = \sqrt{\frac{710}{40}} = \sqrt{17,75} = 4,21$$

٥- الجدول أدناه يبين التوزيع التكراري لدرجات ١٢٠ تلميذاً في امتحان العلوم ، جد : الوسط الحسابي ، المدى المطلق ، المنوال ، الوسيط ، الانحراف المعياري ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط

الفئات	- ٣٠	- ٤٠	- ٥٠	- ٦٠	- ٧٠	- ٨٠	- ٩٠	المجموع
التكرارات	١	٣	١١	٢١	٤٣	٣٢	٩	١٢٠

الوسط الحسابي

ك	١	٣	١١	٢١	٤٣	٣٢	٩	١٢٠
م	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥	٧٥	٨٥	٩٥	
م × ك	٠.٣٥	٠.١٣٥	٠.٦٠٥	١٣٦٥	٣٢٢٥	٢٧٢٠	٠.٨٥٥	٨٩٤٠

$$س = \frac{\sum ك \times م}{\sum ك} = \frac{٨٩٤٠}{١٢٠} = ٧٤٥$$

المدى المطلق يساوي الحد الاعلى للفئة الاخيرة - الحد الادنى للفئة الاولى
 ∴ المدى المطلق = ٣٠ - ١٠٠ = ٧٠

المونال بطريقة بيرسون الدقيقة ← الفئة المنوالية ٧٠ - ٨٠ طولها ١٠
 المنوال = ه + س = ٧٠ + س ، حيث س تمثل جز من طول الفئة نحسبها من

$$\frac{س}{ف - س} = \frac{ك - ك}{٢ ك - ك}$$

المعادلة التالية

$$١٠ = ف ، س = ؟ ، ك = ٤٣ ، ك = ٢١ ، ك = ٣٢$$

$$\frac{س}{س - ١٠} = \frac{٢١ - ٤٣}{٣٢ - ٤٣} = \frac{٢}{١} \Rightarrow س - ٢٠ = ٢س \Rightarrow س = ٦٦٧$$

$$\therefore \text{المنوال} = ٦٦٧ + ٧٠ = ٧٦٧$$

الوسيط

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٤٠	١
أقل من ٥٠	٤
أقل من ٦٠	١٥
أقل من ٧٠	٣٦
أقل من ٨٠	٧٩
أقل من ٩٠	١١١
أقل من ١٠٠	١٢٠

ترتيبه = $\frac{١٢٠}{٢} = ٦٠ = \frac{٧٠}{٢}$ ، فئة الوسيط = ٧٠ - ٨٠ طولها ١٠

$$٧٥٥٨ = ١٠ \times \frac{٣٦ - ٦٠}{٣٦ - ٧٩} + ٧٠ = ط \Rightarrow ٧٩ = ك ، ٣٦ = ل$$

الانحراف المعياري

ف	ك	م	ك × م	م - س	(م - س)²	ك × (م - س)²
٣٠ -	١	٣٥	٠.٣٥	٣٩,٥ -	١٥٦٠,٢٥	١٥٦٠,٢٥
٤٠ -	٣	٤٥	١٣٥	٢٩,٥ -	٠.٨٧٠,٢٥	٢٦١٠,٧٥
٥٠ -	١١	٥٥	٦٠٥	١٩,٥ -	٠.٣٨٠,٢٥	٤١٨٢,٧٥
٦٠ -	٢١	٦٥	١٣٦٥	٩,٥ -	٠.٠٩٠,٢٥	١٨٩٥,٢٥
٧٠ -	٤٣	٧٥	٣٢٢٥	٠,٥	٠.٠٠٠,٢٥	٠.١٠٠,٧٥
٨٠ -	٣٢	٨٥	٢٧٢٠	١,٥	٠.١١٠,٢٥	٣٥٢٨
٩٠ -	٩	٩٥	٨٥٥	٢٠,٥	٠.٤٢٠,٢٥	٣٧٨٢,٢٥
المجموع	١٢٠					١٧٥٧٠

$$\bar{X} = \frac{\sum (م - س) \times ك}{\sum ك} = \frac{١٧٥٧٠}{١٢٠} = ١٤٦٤٢٢ = ١٢٠$$

الانحراف الربيعي

اولا نحسب قيمة الربيع الادنى \leftarrow ترتيب الربيع الادنى $= \frac{١٢٠}{٤} = ٣٠$

فئة الربيع الأدنى = ٦٠ - ٧٠ طولها ١٠ ، \therefore $١٣ = \frac{١٠ - ٣٠}{٢ - ١} + ١٥$

$$١٥ = ١٣ ، ٣٦ = ٢ \therefore ١٣ = \frac{١٥ - ٣٠}{١٥ - ٣٦} \times ١٠ + ٦٠ = ٦٧٤٤$$

ثانيا نحسب قيمة الربيع الأعلى \leftarrow ترتيبه $= \frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠$

فئة الربيع الأعلى = ٨٠ - ٩٠ طولها ١٠ ، \therefore $٢٣ = \frac{٩٠ - ٨٠}{٢ - ١} + ١٥$

$$٧٩ = ٢٣ ، ١١١ = ٢ \therefore ٢٣ = \frac{٧٩ - ٩٠}{٧٩ - ١١١} \times ١٠ + ٨٠ = ٨٣٤٤$$

\therefore الانحراف الربيعي يساوي $\frac{١}{٢} (٦٧٤٤ - ٨٣٤٤) = ٨١٥$

الانحراف المتوسط

ف	ك	م	ك×م	م-س	م-س	ك×م-س
- ٣٠	١	٣٥	٠.٣٥	٣٩,٥ -	٣٩,٥	٣٩,٥
- ٤٠	٣	٤٥	١٣٥	٢٩,٥ -	٢٩,٥	٨٨,٥
- ٥٠	١١	٥٥	٦٠٥	١٩,٥ -	١٩,٥	٢١٤,٥
- ٦٠	٢١	٦٥	١٣٦٥	٩,٥ -	٩,٥	١٩٩,٥
- ٧٠	٤٣	٧٥	٣٢٢٥	٠,٥	٠,٥	٢١,٥
- ٨٠	٣٢	٨٥	٢٧٢٠	١٠,٥	١٠,٥	٣٣٦
- ٩٠	٩	٩٥	٨٥٥	٢٠,٥	٢٠,٥	١٨٤,٥
المجموع	١٢٠					١٠٨٤

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum (م-س) \times ك}{\sum ك} = \frac{١٠٨٤}{١٢٠} = ٩,٠٣$$

الوحدة الخامسة

الاحتمالات

ج- حدث عدم وقوع أحد الحدثين دون

الآخر ؟ $((1-b) \cup (2-b))$

د- حدث عدم وقوع أحد الحدثين او وقوعهما معا

$((1-b) \cup (2-b))$

هـ- حدث وقوع أحد الحدثين علي الاقل ؟

$1 \cup 2$

و- حدث وقوع ب فقط ؟

$1 - 2$

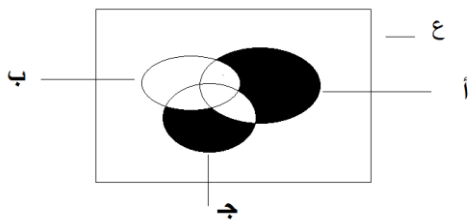
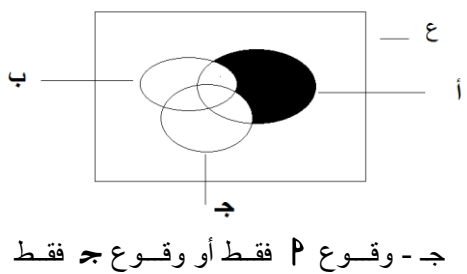
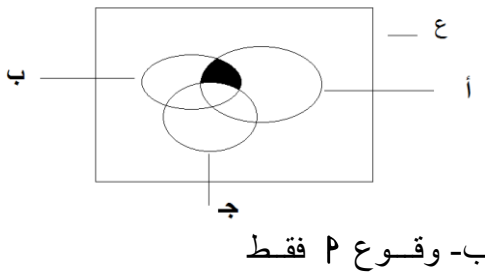
ز- حدث وقوع ب أو عدم وقوع أ ؟

$1 \cup 2$

٣- نفرض أن أ ، ب ، ج احداث ، عبر

عن ثم ظلل في شكل فن للاحداث :

أ- وقوع ٢ و ب و عدم وقوع ج



ج- ظهور كتابة و عدد فردي ؟

أي من أزواج الحوادث التالية

أحداث منفصلة ؟

(أ) ١ ، ب

(ب) ١ ، ج

(ج) ب ، ج

أ- {(ص ، ٢) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٦)}

{(٦ ، ص)}

ب- {(ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٥)}

{(٥ ، ص) ، (٥ ، ك) ، (٥ ، ٣)}

{(٥ ، ك)}

ج- {(ك ، ١) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٥)}

{(٥ ، ك)}

أزواج الحوادث التي تُمثل

أحداث منفصلة هي ١ ، ج

تمرين (٥ - ٤) ص ١٢٥

١- في تجربة رمي قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور

و الكتابات ، أكتب فضاء العينة ع

ثم عبر عن الاحداث التالية

بعناصرها :

أ- حدث الحصول علي صورتين فقط

ب- حدث الحصول علي صورتين علي الاقل

ج- حدث الحصول علي صورتين علي الاكثر

ع = {(ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ص ، ك ، ك)}

أ- {(ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ص ، ك ، ك)}

ب- {(ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ص ، ك ، ك)}

ج- {(ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ص ، ك ، ك)}

٢- إذا كان أ ، ب حدثين في فضاء

العينة لتجربة عشوائية فعبر عن

الاحداث التالية رمزيا بلغة المجموعات :

أ- حدث عدم وقوع أ ؟ ٢

ب- حدث عدم وقوع أ أو وقوع ب ؟

$1 \cup 2$

الوحدة السادسة المصفوفات

بما أن المصفوفتين متساويتين فإن عناصرهما المتناظرة متساوية و عليه فإن :
 $s = 4$ ، $v = 1$ ، $2 = -v \leq v = 3$ ، $0 = 4$

$$-2 \begin{pmatrix} 8 \\ 2+4 \\ 1- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 5 \\ v \end{pmatrix}$$

بما أن المصفوفتين متساويتين فإن عناصرهما المتناظرة متساوية و عليه فإن :

$$s - 2 = 1 = 8 \leq s = 9 \quad \therefore s \pm 3 = 9$$

$$1 - = v = 3 = 4 \quad \therefore 5 = 2 + 4$$

$$-3 \begin{pmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 2-4 & 15 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

بما أن المصفوفتين متساويتين فإن عناصرهما المتناظرة متساوية و عليه فإن :

$$s = 3 \leq 15 = s$$

$$v = 3 \quad \text{،} \quad 3 = 2 - 4 = 10 \leq 4 = v$$

$$-4 \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 & v \\ 4 & v-s \end{pmatrix}$$

بما أن المصفوفتين متساويتين فإن عناصرهما المتناظرة متساوية و عليه فإن :

$$s + v = 3 \quad \leftarrow 1$$

$$s - v = 1 \quad \leftarrow 2$$

$$\text{بالجمع} \quad 2s = 4 \leq s = 2$$

بالتعويض في المعادلة (1) نحصل علي ص

$$v = 1 \quad \text{،} \quad 1 - 4 = 1 = 5 \leq 3 = v$$

تمرين (3-6) ص 150
 جد المنقول لكل من المصفوفات التالية :

$$-1 \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ منقولها } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$-2 \begin{pmatrix} 7 & 1- & 2 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ منقولها } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1- \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$-3 \begin{pmatrix} 1 & 2- & 7 \\ 1- & 5 & 4 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix} \text{ منقولها } \begin{pmatrix} 0 & 4 & 7 \\ 7 & 5 & 2- \\ 5 & 1- & 1 \end{pmatrix}$$

$$-4 \begin{pmatrix} \text{جاه} & \text{جاه} \\ \text{جاه} & \text{جاه} \end{pmatrix} \text{ منقولها } \begin{pmatrix} \text{جاه} & \text{جاه} \\ \text{جاه} & \text{جاه} \end{pmatrix}$$

تمرين (1-6) ص 145
 1- أكتب أبعاد كل من المصفوفات التالية

$$\text{بُعدها } 3 \times 3 \quad \begin{pmatrix} 1- & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 4 \end{pmatrix} = 1$$

$$\text{بُعدها } 4 \times 2 \quad \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 & 2 \\ 2- & 9 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 6$$

$$\text{بُعدها } 1 \times 4 \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = 3$$

$$\text{بُعدها } 4 \times 3 \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 5$$

$$\text{بُعدها } 4 \times 1 \quad \begin{pmatrix} 4- & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 8$$

2- إذا كانت :

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 0 \\ 3 & 2- \end{pmatrix} = \text{ب} \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3- \end{pmatrix} = 1$$

أ- جد بُعد كل من المصفوفتين أ ، ب

ب- جد العناصر

$$121 \quad \text{،} \quad 211 \quad \text{،} \quad 221$$

$$131 \quad \text{،} \quad 222 \quad \text{،} \quad 111$$

أ- بُعد المصفوفة P يساوي 2×2 ،

بُعد المصفوفة B يساوي 2×3

$$\text{ب-} \quad 121 = 3 \quad \text{،} \quad 211 = 2 \quad \text{،} \quad 221 = 1$$

$$\text{،} \quad 131 = 2 \quad \text{،} \quad 222 = 4 \quad \text{،} \quad 111 = 1$$

3- أكتب مصفوفة معاملات المتغيرين

s ، v من المعادلتين :

$$2s + 5v = 3 \quad \text{،} \quad s - 2v = 6$$

مصفوفة المعاملات هي المصفوفة

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

تمرين (2-6) ص 147 - 148

جد قيمة كل من s ، v ، ع إذا كان :

$$-1 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1+v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & s \\ 4 & 2- \end{pmatrix}$$

$$هـ - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 1 & 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 13 \\ 2 & 14 \end{pmatrix} =$$

٣- إذا كان :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 4 \end{pmatrix} = ب ، \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} = ١$$

جد العناصر الآتية للمجموع $١ + ب$

$$= ١ + ب :$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \\ 6 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

أ - العنصر الموجود في الصف الثالث و

العمود الثاني هو العنصر ٢

ب - العنصر الموجود في الصف الرابع و

العمود الأول هو العنصر ٢

ج - العنصر $١٣١ + ١٣٣$ يساوي ١ -

٤- إذا علمت أن :

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = ب ، \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = ١$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} = ج ،$$

فأحسب :

$$(أ) ١٢ + ب$$

$$(ب) ٣ - ١$$

$$(ج) (ب + ١) + ج$$

$$(د) ج + (ب - ١)$$

$$(هـ) (ب + ج) + ١$$

$$(أ) ١٢ + ب =$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(ب) ٣ - ١ = ب$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 11 \\ 4 & 5 \\ 11 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

تمرين (٦ - ٤) ص ١٥٥ - ١٥٧

١- أجمع ما أمكن :

$$أ - \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$ب - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} =$$

غير ممكن لاختلاف بُعد المصفوفتين

$$ج - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ج & ب & ا \\ و & هـ & س \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} ج & ب & ا \\ و & هـ & س \end{pmatrix} =$$

$$د - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} =$$

٢- أجر العمليات المبينة إن أمكن :

$$أ - \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$ب - \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$ج - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$

غير ممكن لاختلاف بُعد المصفوفتين

$$د - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ج & ب & ا \\ و & هـ & س \\ ز & ح & ط \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} ج & ب & ١-ا \\ و & ١-هـ & س \\ ١-ط & ح & ز \end{pmatrix} =$$



مع خالص امتناني لكم
بالتوفيق والنجاح

$$= ج + (ب + ١) \quad (ج)$$

$$\begin{pmatrix} ٥- & ١- \\ ٦ & ٢- \\ ٧ & ٤- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣- & ٢- \\ ٢ & ١ \\ ٤ & ٠ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢- & ١ \\ ٤ & ٣- \\ ٣ & ٤- \end{pmatrix}$$

$$= ج + (ب - ١) \quad (د)$$

$$\begin{pmatrix} ٧- & ٧- \\ ٢ & ٢ \\ ١١ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣- & ٢- \\ ٢ & ١ \\ ٤ & ٠ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٤- & ٥- \\ ٠ & ١ \\ ٧ & ٤ \end{pmatrix}$$

$$= (ج + ب) + ١ \quad (هـ)$$

$$\begin{pmatrix} ٥- & ١- \\ ٦ & ٢- \\ ٧ & ٤- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢- & ١ \\ ٤ & ١- \\ ٢ & ٤- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٣- & ٢- \\ ٢ & ١- \\ ٥ & ٠ \end{pmatrix}$$

٥- حل المعادلات المصفوقية الآتية :

$$\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١- \end{pmatrix} + س \quad \text{أ-}$$

$$\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١- \end{pmatrix} = س$$

$$\begin{pmatrix} ١- & ١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix} = س \quad \therefore$$

$$\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٢- \end{pmatrix} - س \quad \text{ب-}$$

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٢- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} = س$$

$$\begin{pmatrix} ٧ & ٦ \\ ٥ & ٠ \end{pmatrix} = س \quad \therefore$$

$$\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} = س - \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{pmatrix} \quad \text{ج-}$$

$$\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{pmatrix} = س$$

$$\begin{pmatrix} ١- & ٢- \\ ٣ & ٣- \end{pmatrix} = س \quad \therefore$$

$$\begin{pmatrix} ٢ & ١ & ١ \\ ٢ & ١ & ١ \end{pmatrix} = س - \begin{pmatrix} ١ & ٣ & ٢ \\ ١ & ٣ & ٢ \end{pmatrix} \quad \text{د-}$$

$$\begin{pmatrix} ٢ & ١ & ١ \\ ٢ & ١ & ١ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١ & ٣ & ٢ \\ ١ & ٣ & ٢ \end{pmatrix} = س$$

$$\begin{pmatrix} ١- & ٢ & ١ \\ ١- & ٢ & ١ \end{pmatrix} = س \quad \therefore$$