تذكر الاتي :

الحد الجبري :هو عبارة عن حاصل ضرب معامل(عدد) في متغير أو أكثر .

أي إن : الحد الجبري = المعامل (العدد)× متغير أو أكثر

الجدول الآتي يوضح أمثلة على الحد الجبري ومكوناته :

الحد الجبري	مكونات الحد الجبري	
	المعامل (العدد المضروب في المتغير)	المتغيرات
٣ س	٣	س
ـ ٢ أس	ـ ٢	أ ، س
$-\frac{٣}{٤}$ ب ج^{٢}	$-\frac{٣}{٤}$	ب ، ج^{٢}
ب^{٢} ل ص	١	ب^{٢} ، ل ، ص
تنبيه / يجب أن يستخرج المعامل مع الاشارة		

الحد المطلق : ◈ هو الحد الجبري الذي اختفت فيه المتغيرات .

◈ هو الحد الجبري الخالي من المتغيرات .

◈ هو الحد الجبري الذي بدون متغيرات .

أمثلة على الحد المطلق : ٦ ، ـ ٣ ، $\frac{٥}{٢}$ ، ....

درجة المتغير : هي قيمة أُس ذالك المتغير .

فمثلاً /

الحد الجبري ٥ س^{٣} ص ب^{٢} فيه :		
المتغير (س) درجته ٣	المتغير (ص) درجته ١	المتغير (ب) درجته ٢

الحدود الجبرية المتشابهة : هي الحدود المتفقة في المتغيرات ودرجتها .(بمعنى أنها الحدود المتساوية في المتغيرات وأسسها).

الحدود الجبرية	نوعها	السبب
٤س ص^{٢} ، ـ ٥س ص^{٢} ، ص^{٢}س	متشابهة	لأنها متفقة في المتغيرات ودرجتها
ـ٣س ص، س^{٤}ص ، ٧س ص^{٢}	غير متشابهة	لأنها اختلفت في درجة المتغيرات
ب^{٢}س ، ٦ل س ، ـ ب س	غير متشابهة	لأنها اختلفت في المتغيرات .
الخلاصة / أي أنّ الحدود الجبرية المتشابهة يجب أن تتفق في المتغيرات ودرجتها معاً .		

المقدار الجبري : هو الذي يتكون من حد أو أكثر ويفصل بينهما إشارة **+** أو **−** .

أمثلة على المقادير الجبرية: ٣س ـ ٤ص ، س^{٢} −٧س + ٦، س^{٢}+٩س ص ـ ص^{٢}+٢.

جمع وطرح المقادير الجبرية :

تذكّر قواعد إشارة جمع عددين صحيحين :

قاعدة جمع عددين صحيحين	
في حالة تشابه الاشارتين فإن الناتج يأخذ نفس الاشارة ونجمع العددين	في حالة اختلاف الاشارتين فإن الناتج يأخذ إشارة العدد الأكبر ثم نطرح العددين :(الكبير — الصغير)
(+)+(+)=(+) ونجمع العددين	(+)+(−) =(إشارة الكبير) ثم الكبير − الصغير
(−)+(−)=(−) ونجمع العددين	(−)+(+) =(إشارة الكبير) ثم الكبير− الصغير
قاعدة طرح عددين صحيحين	
عند طرح عددين صحيحين أولاً نضيف للمطروح (أ) النظير الجمعي للمطروح منه (ب)	
تذكر أنه: لإيجاد النظير الجمعي لعدد نغيّر إشارته فمثلاً (٣)نظيره الجمعي(ـ ٣)،(ـ١)نظيره الجمعي(١)	
أ ـ ب= أ +(ـ ب) ثم نستخدم قواعد الجمع أعلاه	أ− (ـ ب)= أ +ب ثم نستخدم قواعد الجمع أعلاه

أولاً / جمع المقادير الجبرية :

القاعدة / عند جمع المقادير الجبرية نجمع الحدود الجبرية المتشابهة (أي أننا نجمع المعاملات مع بعضها البعض ونحتفظ بالمتغيرات)

مثال (1) : بسّط المقدار الآتي : ٣س+٢ أ+ ص +٣ أ +٢س + ٥ص ـ أ

الحل :توضيح/نجمع الحدود الجبرية المتشابهة كلاً على حِده كما هو موضح بين القوسين:

المقدار =(٣س+٢س) + (٢أ + ٣أ ـ أ) + (ص+ ٥ص)

= ٥س + ٤أ + ٦ص

مثال (2) : أوجد المجموع :

١٤ س ـ ٣س^{٣} + ١٥ ، ٢ س^{٣} ـ ١١ س^{٢} + ٢س ـ ٩

الحل / توضيح : ♦ لكي نجمع المقدارين الجبريين أعلاه يفضّل ترتيبهما :

— إما تنازلياً (بمعنى نرتب حدود المقدار من الحد الذي درجة متغيره الأكبر فالأقل إلى الحد المطلق إن وُجد)

— أو تصاعدياً (بمعنى نرتب حدود المقدار من الحد المطلق إن وُجد أو الحد الذي درجة متغيره أصغر فالأكبر إلى الحد الذي درجته الأكبر)

♦ **هناك طريقتان** :١) الطريقة الأفقية ، ٢) الطريقة الرأسية(العمودية)

١) **الطريقة الأفقية** : إن شئنا نرتب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً ثم نجمع الحدود الجبرية المتشابهة :

مجموع المقدارين= (ـ ٣س^{٣} +١٤ س+ ١٥) +(٢ س^{٣}ـ ١١ س^{٢}+ ٢س ـ ٩)

=(ـ ٣س^{٣} +٢س^{٣})+(١٤ س +٢س)+(١٥ +(ـ ٩)) ـ ١١س^{٢}

= ـ س^{٣}+١٦س+٦ ـ ١١س^{٢} = ـ س^{٣} ـ ١١س^{٢} +١٦س+٦

٢) **الطريقة الرأسية(العمودية)** : نرتب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً ثم نضع الحدود الجبرية المتشابهة تحت بعضها البعض ونجمعها :

	ـ ٣ س^{٣}	+ ٠	+١٤ س	+ ١٥
	نجمع العددين / نحتفظ بالمتغيرات		نجمع العددين / نحتفظ بالمتغيرات	نجمع العددين
	٢ س^{٣}	ـ ١١ س^{٢}	+ ٢ س	ـ ٩
المجموع	ـ س^{٣}	ـ ١١ س^{٢}	+١٦ س	+ ٦

ثانياً / طرح المقادير الجبرية :

القاعدة / عند طرح المقادير الجبرية نطرح الحدود الجبرية المتشابهة (أي أننا نطرح المعاملات مع بعضها البعض ونحتفظ بالمتغيرات)

مثال (3) : إطرح ٧س^{٢} ـ س ـ ٣ من ٣س^{٢}ـ ٥ + ٢س

الحل : توضيح/ ♦المقدار الذي يأتي بعد كلمة (من) في السؤال يسمى المطروح يكون قبل علامة الطرح (−) ،أما المقدار الذي يأتي بعد كلمة (إطرح) في السؤال يسمى المطروح منه ويكون بعد علامة الطرح (−)

♦ لكي نطرح المقدارين الجبريين أعلاه يفضّل ترتيبهما :

— إما تنازلياً (بمعنى نرتب حدود المقدار من الحد الذي درجة متغيره الأكبر فالأقل ألى الحد المطلق إن وُجد)

— أو تصاعدياً (بمعنى نرتب حدود المقدار من الحد المطلق إن وُجد أو الحد الذي درجة متغيره أصغر فالأكبر إلى الحد الذي درجته الأكبر)

♦ **هناك طريقتان** :١) الطريقة الأفقية ، ٢) الطريقة الرأسية(العمودية)

١) **الطريقة الأفقية** : إن شئنا نرتب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً ثم نطرح الحدود الجبرية المتشابهة وذلك بأن نضيف للمطروح النظير الجمعي للمطروح منه :

فرق المقدارين= [٣س^{٢}ـ ٥ + ٢س] −[٧ س^{٢} ـ س ـ ٣]

=[٣ س^{٢} − ٧ س^{٢}] +[ـ ٥ − (ـ ٣)] +[٢ س − (ـ س)]

=[٣س^{٢}+(− ٧ س^{٢})] +[ـ ٥+ ٣] +[٢ س +س]

= − ٤ س^{٢} − ٢ + ٣ س

= − ٤ س^{٢} + ٣ س − ٢ (رتبنا الحدود تنازلياً)

٢) الطريقة الرأسية(العمودية) : نرتب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً ثم نضع الحدود الجبرية المتشابهة تحت بعضها البعض ونغيّر إشارة كل حد في المطروح منه ثم نجمع الحدود الجبرية المتشابهة :

٣س^{٢} ـ ٥ + ٢س (نبدأ أو نضع أولاً المطروح الذي بعد كلمة من في السؤال)

٧س^{٢} ـ س ـ ٣ (ثانياً نضع المطروح منه الذي بعد كلمة اطرح في السؤال مع تغيير إشارة كل حد)

وإليك الطريقة الرأسية :

٣ س^{٢} + ٢ س ـ ٥

− ٧ س^{٢} ± س ± ٣

الفرق ـ ٤ س^{٢} + ٣ س ـ ٢

في المطروح منه نغيّر إشارة كل حد فيه ونعتمد الاشارة العلوية أما الاشارة السفلى تلغى ثم نجمع

ضرب حد جبري في مقدار جبري (حد × مقدار)

تذكر الآتي :

(+) × (+) = (+)	عند تشابه إشارة العددين فإن الناتج يكون موجباً ، ونضرب العددين .
(−) × (−) = (+)	
(+) × (−) = (−)	عنداختلاف إشارة العددين فإن الناتج يكون سالباً، ونضرب العددين .
(−) × (+) = (−)	

كذلك

أ^{م} × أ^{ن} = أ$^{م+ن}$ ، أي إنه عند ضرب القوى المتحدة الأساسات نجمع أسسها

القاعدة / عند ضرب حد جبري في مقدار جبري فإننا نضرب هذا الحد الجبري في كل حد من حدود المقد ار الجبري (وذلك باستخدام خاصية التوزيع)

أي إننا : نضرب(المعامل × المعامل) و(المتغيرات × المتغيرات) مع الانتباه لقاعدة الاشارات كذلك في القوى المتحدة الأساسات نجمع أسسها مع الاحتفاظ بالمتغيرات غير المتحدة الأساسات .

مثال / أوجد ناتج مايأتي: ❶ ٤ س(٢س − س ص)

❷ (٢أ^{٢}ب^{٢} ـ ٥أ^{٣}ب +٣جـ^{٢})(ـ٤ أب جـ)

الحل ❶ ♦هناك طريقتان :

١) الطريقة الأفقية :

٤ س(٢ س ـ س ص) = ٨ س^{٢} ـ ٤ س^{٢} ص

٢) الطريقة الرأسية(العمودية) : يفضّل وضع المقدار في الأعلى والحد الجبري في الأسفل كما هو موضح في الحل الآتي :

٢س ـ س ص

× ٤ س

٨ س^{٢} ـ ٤ س^{٢} ص

تذكير / عند ضرب حد جبري في مقدار جبري بالطريقة الرأسية يشبه طريقة ضرب رقم في عدد مكون من رقمين كالآتي :

$$\begin{array}{r} ٣\ ٢ \\ \times\ ٣ \\ \hline ٩\ ٦ \end{array}$$

الحل ❷ نكتفي بالحل بطريقة واحدة ألا وهي الطريقة الأفقية :

المقدار = (٢أ^{٢}ب^{٢} ـ ٥أ^{٣}ب + ٣جـ^{٢})(ـ٤ أب جـ)

= ـ ٨أ^{٣}ب^{٣}جـ + ٢٠أ^{٤}ب^{٢}جـ ـ ١٢ أب جـ^{٣}

ضرب المقادير الجبرية (مقدار × مقدار)

القاعدة / عند ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر فإننا نضرب كل حد من المقدار الأول ـ مثلاً ـ في كل حد من حدود المقد ار الجبري الآخر (أي باستخدام خاصية توزيع الضرب على الجمع أو الطرح أكثر من مرة)

تنبيه بعد الانتهاء من عملية الضرب إذا وُجدت حدود جبرية متشابهة يجب أن نجمعها .

مثال / أوجد ناتج مايأتي: ❶ (س + ص) (م + ن)

❷ (س + ٣) (س^{٣} ـ ٢ س^{٢} + ٤)

الحل ❶ ♦الطريقة الأفقية :

(س + ص)(م + ن) = س م + س ن + ص م + ص ن

♦الطريقة الرأسية(العمودية) :

م + ن

× س + ص

س م + س ن . .

. . + ص م + ص ن

س م + س ن + ص م + ص ن

تذكير / عند ضرب مقدارفي مقدار بالطريقة الرأسية تشبه نوعاً ما طريقة ضرب عدد مكون من رقمين أو أكثر في عدد آخر مكون من رقمين أو أكثر فمثلاً :

$$\begin{array}{r} ٤\ ٣ \\ \times\ ١\ ٢ \\ \hline ٨\ ٦ \\ +\ ٤\ ٣\ ٠ \\ \hline ٥\ ١\ ٦ \end{array}$$

الحل ❷ ♦الطريقة الأفقية :

(س + ٣)(س^{٣} ـ ٢ س^{٢} + ٤) = س^{٤} ـ ٢س^{٣} +٤س +٣ س^{٣} ـ ٦ س^{٢} +١٢

= س^{٤} + س^{٣} ـ ٦ س^{٢} +٤س +١٢

لا تنس بعد عملية الضرب نجمع الحدود الجبرية المتشابهة إن وُجدت

♦الطريقة الرأسية(العمودية) : نرتب كلاً من المقدارين ترتيباً تنازلياً حسب درجة (أُس) المتغيّر ، وفي حالة عدم وجود (اختفاء) درجة المتغير نترك مسافة ـ أو نضع صفر ـ كما هو موضح في حل المسألة❷ بالطريقة الرأسية :

س^{٣} ـ ٢ س^{٢} + ٤

× س + ٣

س^{٤} ـ ٢س^{٣} +٤س

٣ س^{٣} ـ ٦ س^{٢} + ١٢

س^{٤} + س^{٣} ـ ٦ س^{٢} +٤س +١٢

قسمة مقدار جبري على حد جبري
(مقدار ÷ حد)

تذكر الآتي :

$(+) \div (+) = (+)$ $(-) \div (-) = (+)$	عند تشابه إشارة العددين فإن الناتج يكون موجباً ، ونقسم العددين .
$(+) \div (-) = (-)$ $(-) \div (+) = (-)$	عنداختلاف إشارة العددين فإن الناتج يكون سالباً، ونقسم العددين .

كذلك أ^{ن} ÷ أ^{م} = أ$^{ن-م}$ ، أي إنه عند قسمة القوى المتحدة الأساسات نطرح أســها .

ملاحظة / أ^{٠} = ١ حيث أ ≠ ٠ ، أي إنه (عدد≠ ٠ أُس صفر) = ١

القاعدة / عند قسمة مقدار جبري على حد جبري لايساوي الصفر فإننا نقسم كل حد من حدود المقد ار الجبري على هذا الحد .

أي إننا : (نقسم المعامل على المعامل) و(نقسم المتغيرات على المتغيرات) مع الانتباه لقاعدة الاشارات كذلك القوى المتحدة الأساسات نطرح أسسها مع الاحتفاظ بالمتغيرات الغير متحدة الأساسات .

مثال / أوجد ناتج مايأتي : ❶ (٦س^{٥} − ٤ س^{٣} ص) ÷ ٢ س^{٢}

الحل : (٦س^{٥} − ٤ س^{٣}ص) ÷ ٢س^{٢} = ٣ س^{٣} − ٢ س ص

حل آخر: (٦س^{٥} − ٤ س^{٣}ص) ÷ ٢ س^{٢} = ٦س^{٥} / ٢س^{٢} − ٤ س^{٣}ص / ٢س^{٢}

= ٣ س^{٣} − ٢ س ص

❷ (٧ ل^{٢} م^{٣} − ١٤ ل^{٣} م^{٢} + ٣٥ ل^{٤} م) ÷ (٧ ل^{٢} م)

الحل :

المقدار = (٧ ل^{٢} م^{٣} − ١٤ ل^{٣} م^{٢} + ٣٥ ل^{٤} م) ÷ (٧ ل^{٢} م)

= م^{٢} − ٢ ل م + ٥ ل^{٢}

حل آخر: المقدار = (٧ ل^{٢} م^{٣} − ١٤ ل^{٣} م^{٢} + ٣٥ ل^{٤} م) ÷ (٧ ل^{٢} م)

= ٧ ل^{٢}م^{٣} / ٧ ل^{٢} م − ١٤ ل^{٣}م^{٢} / ٧ ل^{٢} م + ٣٥ ل^{٤}م / ٧ ل^{٢} م

= م^{٢} − ٢ ل م + ٥ ل^{٢}

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري
(مقدار ÷ مقدار)

عند قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر نستخدم القسمة المطولة (خوارزمية القسمة) أو ماتسمى قسمة الكاف وفق الخطوات الآتيـــــة:

❶ نرتب الحدود ترتيباً تنازلياً ـ إذا كانت غير مرتبة ـ مع ترك مسافة للحدود التي درجتها غير موجودة .

❷ نأخذ الحد الأول من المقسوم ونقسمه على الحد الأول من المقسوم عليه ونكتب ناتجه في خارج القس

❸ نضرب الناتج من الخطوةالسابقة في كل حد من المقس تحت المقسوم .

خارج القسمــة
المقسوم عليه | الـمـقـــســـوم
اطرح (خارج القسمة× المقسوم عليه)
ناتج عمليـة الطرح

❹ نطرح ناتج الضرب من المقسوم ونعني بهذا (المقسوم ـ ناتج الضرب)ولاتنسَ عند الطرح نضيف النظير الجمعي للمطروح منه (أي إننا نغيّر إشارة المطروح منه) .

❺ ناتج عملية الطرح في الخطوة السابقة نأخذ الحد الأول منه ونقسمه على الحد الأول من المقسوم عليه ، وفي هذا نعيد أو نكرر الخطوات (❷ ❸ ❹ ❺) وهكذا.....

مثال / أوجد ناتج مايأتي: ❶ (٢س^{٢} + ٩ س + ٤) ÷ (س + ٤)

الحل : تابع وطبّق الخطوات السابقة مباشرة :

٢ س + ١
س + ٤ | ٢ س^{٢} + ٩ س + ٤
اطرح (−)٢ س^{٢} (−)+ ٨ س
٠ س + ٤
اطرح (−)س (−)+ ٤
٠ ٠ ٠

❷ (س^{٣} + ١٥ − ١٧س + س^{٢})(س + ٥)

الحل : تابع وطبّق الخطوات السابقة قبل المثال مباشرة :

س^{٢} − ٤ س + ٣
س + ٥ | س^{٣} + س^{٢} − ١٧س + ١٥
اطرح (−)س^{٣} (−)+ ٥س^{٢}
٠ − ٤ س^{٢} − ١٧س + ١٥
اطرح (+)− ٤ س^{٢} (+)− ٢٠س
٣ س + ١٥ ٠
اطرح (−)٣ س (−)+ ١٥
٠ ٠ ٠

❸ (س^{٣} − ٢٧ ص^{٣}) (س − ٣ ص)

الحل❸ تابع وطبّق الخطوات السابقة قبل المثال مباشرة :

تذكير/ عند ترتيب مثل هذا المقدار نلاحظ أنه أعلى درجة للمتغير س هي (٣) لأن (س^{٣}) ولكن لعدم وجود الدرجة (٢) أي عدم وجود (س^{٢}) ، كذلك لعدم وجود الدرجة (١) أي عدم وجود (س) نترك مسافة أو فراغ لهما كما هو موضح في القسمة المطولة الاتية :

س^{٢} + ٣ س ص + ٩ ص^{٢}
س − ٣ص | س^{٣} − ٢٧ص^{٣}
اطرح (−)س^{٣} (+)− ٣س^{٢}ص
٠ ٣ س^{٢} ص − ٢٧ص^{٣}
اطرح (−)٣س^{٢}ص (+)− ٩س ص^{٢}
٠ ٩س ص^{٢} − ٢٧ص^{٣}
اطرح (−)٩س ص^{٢} (+)− ٢٧ص^{٣}
٠ ٠ ٠

تحليل المقادير الجبرية

تحليل المقدار الجبري: يعني كتابة المقدار على شكل حاصل ضرب عوامله الأولية .

قبل أن نخوض في التحليل يجب أن نتعرف على مايلي :

عوامل (قواسم) العدد : عوامل جمع عامل ، والعامل : هو القاسم الذي يقسم العدد (أي أنّ العدد يقبل القسمة عليه بدون باقٍ).

فمثلاً / إذا كان العدد (ٱ) عامل من عوامل العدد (ب) فيمكن القول بأنّ :

١) إما (ٱ **يقسم** ب) ويرمز له بالرمز (ٱ | ب) حيث أن الرمز | يقرأ **يقسم** .

٢) أو يمكن القول بأنّ : العدد ب يقبل القسمة على ٱ بدون باقٍ .

٣) كذلك يمكننا أن نكتب العدد (ب= ٱ×جـ) أي إننا نستطيع كتابة العدد ب على شكل حاصل ضرب العامل ٱ في عدد آخر وهو جـ (ويعتبر جـ أيضاً عاملاً من عوامل العدد ب)

كيفية إيجاد عوامل العدد / لإيجاد عوامل العدد نتبع مايأتي :

◆ نختبر العدد ب هل يقبل القسمة على الأعداد الطبيعية إبتـداءً من العدد ١ ثم ٢ ، ...... وهكذا . ولكن نتوقف عندما نصل إلى نفس العدد ب .

◆ الأعداد التي يقبل القسمة عليها العدد ب تكون هي عوامله (قواسمه).

والجدول الآتي يوضح **بعض الأعداد** وعواملها (قواسمها) ولايعني هذا أن الطالب يقوم بحفظ هذا الجدول :

العدد	عوامله (قواسمه)	العدد	عوامله (قواسمه)
١	١	٢٠	١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٠
٢	١ ، ٢	٢٤	١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٤
٣	١ ، ٣	٢٥	١، ٥، ٢٥
٤	١ ، ٢ ، ٤	٢٧	١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧
٥	١ ، ٥	٢٨	١ ، ٢، ٤ ، ٧ ، ١٤ ، ٢٨
٦	١ ، ٢ ، ٣ ، ٦	٣٠	١،٢،٣، ٥، ٦ ، ١٠، ١٥، ٣٠
٧	١ ، ٧	٣٢	١ ، ٢ ، ٤، ٨ ، ١٦ ، ٣٢
٨	١ ، ٢، ٤، ٨	٣٥	١ ، ٥ ، ٧ ، ٣٥
٩	١ ، ٣ ، ٩	٣٦	١،٢،٣،٤،٩،٦،١٨،١٢،٣٦
١٠	١ ، ٢ ، ٥ ، ١٠	٤٠	١،٢، ٤، ٥،٨ ، ١٠،٢٠،٤٠
١٢	٢،١، ٣ ، ٤، ٦، ١٢	٤٢	٢،١ ، ٣،٦،٧،١٤، ٢١ ، ٤٢
١٤	١ ، ٢ ، ٧ ، ١٤	٤٥	١ ، ٣ ، ٥، ٩ ، ١٥ ، ٤٥
١٥	١ ، ٣ ، ٥ ، ١٥	٤٨	١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ٦ ، ٨، ١٢، ١٦، ٢٤ ، ٤٨
١٦	١ ، ٢، ٤، ٨ ، ١٦		
١٨	١،٢، ٣ ، ٦، ٩ ، ١٨	٥٠	١ ، ٢ ، ٥ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٥٠

العامل المشترك الأكبر:

العامل المشترك (عامل مكرر في كل الحدود)	
العامل المشترك الأكبر للأعداد	العامل المشترك الأكبر للمتغيرات والأقواس
أكبر عامل مشترك أو مكرر بين الأعداد يقسم هذه الأعداد	نأخذ المتغيرات أو الأقواس المشتركة (المكررة) **بأصغر أو أقل أُس**

تعريف : العامل المشترك الأكبر لعدة حدود هو حد جبري يقسم جميع الحدود ، ويرمز له بالرمز (ع . م . ٱ) .
(**بمعنى أن** : جميع الحدود تقبل القسمة على هذا العامل المشترك الأكبر) بدون باقٍ .

مثال / أوجد العامل المشترك الأكبر للكل مما يأتي :

❶ ٤٢ ، ٢٨

الحل : (ع . م . ٱ) للعددين ٤٢ ، ٢٨ هو **١٤** .

❷ ٢٥ب^{٢} ، ١٥ب^{٣}

الحل : (ع . م . ٱ) للحدين ٢٥ب^{٢} ، ١٥ب^{٣} هو **٥ ب^{٢}** .

❸ ٣س^{٢}ص^{٣} ، ٥س^{٣}ص^{٢} ، ٢س^{٣}ص

الحل :(ع . م.ٱ) للحدود ٣س^{٢}ص^{٣} ، ٥س^{٣}ص^{٢} ، ٢س^{٣}ص هو **س^{٢}ص**

❹ ١٨ (س +ص)^{٣} ، ٤(س +ص)^{٥}

الحل :(ع . م.ٱ) هو **٢(س + ص)^{٣}**

❺ ١٤س^{٥}ص^{٢} (ٱ ــ ب)^{٣} ، ٣٥ س^{٣}ص^{٤} (ٱ ــ ب)^{٧}

الحل :(ع . م.ٱ) هو **٧ س^{٣}ص^{٢}(ٱ ــ ب)^{٣}**

❻ ٤ٱ^{٣} ب ، ٣ ب^{٢} جـ ، ٥ ب^{٤} جـ^{٢}

الحل :(ع . م.ٱ) هو **الواحد الصحيح (١)**

أولاً / التحليل بإستخراج العامل المشترك الأكبر

لتحليل المقدار الجبري بإستخراج العامل المشترك الأكبر(ع . م.ٱ) نتبع الخطوات الآتية :

❶ نوجد (ع . م.ٱ) للمقدار ونضعه خارج قوسين .

❷ نكتب داخل القوسين خارج قسمة المقدار على (ع . م.ٱ) ،

ومعنى الخطوة الثانية أنَّ : المقدار ÷(ع . م.ٱ)

مثال / حلِّل كلاً من المقادير الآتية :

❶ ٣٢ل^{٢} ــ ٤٨ل^{٤}

الحل : ٣٢ل^{٢} ــ ٤٨ل^{٤} = **١٦ل^{٢} (٢ ــ ٣ل^{٢})**

❷ ٥ٱب ــ ٣ٱجـ + ٢ ٱب جـ

الحل : ٥ٱب ــ ٣ٱجـ + ٢ ٱب جـ = **ٱ (٥ب ــ ٣جـ + ٢ ب جـ)**

❸ (س ــ ص)ع + م (س ــ ص)

الحل : (س ــ ص)ع + م (س ــ ص)= **(س ــ ص) (ع +م)**

❹ (ص ــ ٥)^{٢} ــ ٤ص ــ ٢٠

الحل : (ص+ ٥)^{٢} ــ ٤ص ــ ٢٠ = (ص + ٥)^{٢} ــ ٤ (ص + ٥)

= (ص + ٥) ((ص+ ٥) ــ ٤)

= **(ص + ٥) (ص+ ١)**

مثال / إكمل الفراغ فيما يأتي ، بما يجعل العبارة صحيحة :

❶ ٢١ل^{٢}م ــ ٢٨ ل م^{٢} = ٧ ل م (............ ــ ....)

الحل : ٢١ل^{٢}م ــ ٢٨ ل م^{٢} = ٧ ل م (**٣ ل** ــ **٤م**)

❷ ١٢س^{٢}ص^{٣} + ١٨س^{٣}ص^{٢} ــ ٣٠س^{٤}ص^{٣} = ...(٢ص+...... ــ ٥س^{٢}ص)

الحل :

١٢س^{٢}ص^{٣} + ١٨س^{٣}ص^{٢} ــ ٣٠س^{٤}ص^{٣}= **٦س^{٢}ص^{٢}**(٢ص+**٣س**ــ ٥س^{٢}ص)

ثانيا/ تحليل الفرق بـين مربعين

تذكَّر الآتي :

العدد المربع الكامل(مربع العدد) : عدد ناتج من حاصل ضرب عدد في نفسه مرتين . فمثلاً العدد (٩) عدد مربع كامل لأن ٩ = ٣×٣ =(٣)^{٢} .

الجذر التربيعي لعدد موجب : هو عدد إذا ضُرب في نفسه مرتين كان الناتج ذلك العدد المطلوب إيجاد جذره التربيعي ، ويرمز للجذر التربيعي بالرمز $\sqrt{\ }$.

والجدول أدناه يوضح بعض الأعداد المربعة الكاملة مع الجذر التربيعي لكل منها :

الأعداد المربعة الكاملة	$\sqrt{\ }$ الجذر التربيعي	الأعداد المربعة الكاملة	$\sqrt{\ }$ الجذر التربيعي
١	١	٦٤	٨
٤	٢	٨١	٩
٩	٣	١٠٠	١٠
١٦	٤	١٢١	١١
٢٥	٥	١٤٤	١٢
٣٦	٦	١٦٩	١٣
٤٩	٧	....	....

ملاحظة /

❶ لإيجاد الجذر التربيعي لكمية على شكل قوة (أُس) فإننا **نقسم الأس على ٢** ،كما هو موضح في الجدول الآتي :

$\sqrt{س^{٢}}$ = س	$\sqrt{س^{٤}}$ = س^{٢}	$\sqrt{س^{٦}}$ = س^{٣}	$\sqrt{س^{٨}}$ = س^{٤}	.... وهكذا

أي إنه إذاكان الأُس(ن) عدد طبيعي بحيث ن ≥٢ فإنّ : $\sqrt{س^{ن}}$ = س$^{(ن÷٢)}$

❷ $\sqrt{٠}$ = ٠ .

تحليل الفرق بـين مربعين / لتحليل الفرق بين مربعين نستخدم الاتية :

القاعدة /الفرق بين مربعي كميتين يساوي حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينها .

أي إن : صورته تكون : س^{٢} ـ ص^{٢} = (س + ص) (س ـ ص)

أو يمكننا إستخدام القاعدة الآتية :

الفرق بين مربعين=($\sqrt{\ }$للحد الأول + $\sqrt{\ }$للحد الثاني) ($\sqrt{\ }$للحد الأول ـ $\sqrt{\ }$للحد الثاني)

مثال / حلِّل كلاً من المقادير الآتية :

❶ س^{٢} ـ ٤

الحل : س^{٢} ـ ٤ = (س + ٢) (س ـ ٢)

❷ س^{٢} ـ ١٦ص^{٢}

الحل : س^{٢} ـ ١٦ص^{٢} = (س + ٤ص) (س ـ ٤ص)

❸ ٩ب^{٢} ـ ٤جـ^{٢}

الحل : ٩ب^{٢} ـ ٤جـ^{٢} = (٣ب + ٢جـ) (٣ب ـ ٢جـ)

❹ س^{٢}ص^{٢} ـ ٤٩

الحل : س^{٢}ص^{٢} ـ ٤٩ = (س ص + ٧) (س ص ـ ٧)

❺ ٢٥هـ^{٢} ـ $\frac{و^{٢}}{١٦}$

الحل: ٢٥هـ^{٢} ـ $\frac{و^{٢}}{١٦}$ = (٥هـ + $\frac{و}{٤}$) (٥هـ ـ $\frac{و}{٤}$)

❻ ع^{٢} ـ ٠,٦٤

الحل : ع^{٢} ـ ٠,٦٤ = ع^{٢} ـ $\frac{٦٤}{١٠٠}$ = (ع + $\frac{٨}{١٠}$)(ع ـ $\frac{٨}{١٠}$)

= (ع + ٠,٨) (ع ـ ٠,٨)

❼ ٢ب^{٣} ـ ٨ب جـ^{٢}

الحل : لاحظ هذا المقدار **ليس في صورة فرق بين مربعين مباشر** وإنما يوجد عامل مشترك بين الحدود ، لذا عندما نريد تحليل مثل هذا المقدار :

نحلل هذا المقدار بإعتبار إنه التحليل بإستخراج العامل المشترك الأكبر .

بعدما نوجد ع.م.أ ونضعه خارج القوسين نحلل المقدار الذي داخل القوسين إن أمكن ذلك وهنا في هذا المثال سيكون المقدار الذي داخل القوسين عبارة عن فرق بين مربعين نقوم بتحليله كما هو موضح كالآتي :

٢ب^{٣} ـ ٨ب جـ^{٢} = ٢ب (ب^{٢} ـ ٤جـ^{٢})

= ٢ب(ب + ٢جـ) (ب ـ ٢جـ)

❽ هـ^{٤} ـ و^{٤}

الحل : هـ^{٤} ـ و^{٤} = (هـ^{٢} + و^{٢}) (هـ^{٢} ـ و^{٢})

= (هـ^{٢} + و^{٢}) (هـ + و) (هـ ـ و)

لاحظ في هذا المثال بعد ماحللنا المقدار : هـ^{٤} ـ و^{٤} إلى فرق بين مربعين ظهر أحد عوامله أو القوس (هـ^{٢} ـ و^{٢}) قمنا بتحليله مرة ثانية لأنه فرق بين مربعين .

❾ ٩ ـ (س + ص)^{٢}

الحل : في هذا المثال يعتبر المقدار (س + ص)^{٢} بأكمله الحد الثاني فيكون جذره التربيعي (س + ص)

٩ ـ (س + ص)^{٢} =(٣ + (س + ص))(٣ ـ (س + ص))

= (٣ + س + ص)(٣ ـ س ـ ص)

مثال / إكمل الفراغ فيما يأتي ، بما يجعل العبارة صحيحة :

❶ ل^{٢} ـ ١٢١ = (ل + ...) (......... ـ ١١)

الحل : ل^{٢} ـ ١٢١ = (ل + ١١) (ل ـ ١١)

❷ ٤هـ^{٢} ـ ٢٥و^{٢} = (......... + ٥و) (......... ـ ٥و)

الحل : ٤هـ^{٢} ـ ٢٥و^{٢} = (٢هـ + ٥و) (٢هـ ـ ٥و)

تذكر الآتي :

الجملة المفتوحة :هي جملة تحتوي على متغير أو أكثر .

مجموعة التعويض : مجموعة يتم اختيار الأعداد أو العناصر منها (أو هي مجموعة يتم إشتراط المتغير من أعدادها أو عناصرها) .

مجموعة الحل : ـ هي مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى مجموعة التعويض وتجعل الجملة المفتوحة صائبة (يعني تحققها وتجعلها صحيحة)

ـ أوهي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض .وكل عنصر ينتمي إلى مجموعة الحل يسمى حلاً للجملة المفتوحة .

ملاحظة: ١) في حالة أنّ مجموعة الحل **ليست** مجموعة جزئية من مجموعة التعويض نقول أن مجموعة الحل مجموعة خالية ، أي إن : مجموعة الحل = {} = $\emptyset$.

٢) نقتصر في هذه الوحدة مجموعة الأعداد النسبية كمجموعة تعويض .

المعادلة / هي جملة مفتوحة تحتوي على إشارة المساواة (=) .

المتراجحة / هي جملة مفتوحة تحتوي على إحدى علامات الترجيح الآتية :

$> ، < ، \geq ، \leq ، \neq$

معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد

صورة معادلة الدرجة الأولى(الأس= ١) في متغير واحد (مجهول أو حرف واحد) :

أس+ ب=جـ ، حيث أنّ : أ، ب،جـ ∈ ن (أعداد نسبية) بشرط أ ≠ ٠

حل المعادلة : إيجادقيمة المتغير الذي يجعل المعادلة عبارة عبارة صحيحة

كيفية حل المعادلة :

لكي نحل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد يجب أن نجعل المتغير بمفرده في طرف وذلك وفق الخطوات الآتية :

العملية الحسابية التي تربط المتغير مع العدد	للتخلص من العدد نقوم بالآتي :
المتغير مجموع مع عدد	(ـ) بطرح العدد من الطرفين
المتغير مطروح منه عدد	(+) بإضافة العدد إلى الطرفين
(عدد ≠ ٠) مضروب في المتغير	(÷) بقسمة الطرفين على العدد
المتغير مقسوم على (عدد ≠ ٠)	(×)بضرب الطرفين في العدد

⬅ أي إننا لكي نحل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد يمكننا أن نعتمد في حلها بإستخدام قواعد التحويلات المكافئة لإيجاد معادلة مكافئة للمعادلة المعطاة .

⬅ أو إننا نجري بعض العمليات المختلفة مثل :

١) نجمع الحدود الجبرية المتشابهة (نجمع الحدود التي تحتوي على المتغير في طرف والأعداد في الطرف الآخر) .

٢) قاعدة الضرب التبادلي . ٣) قلب الطرفين .

٤) توحيد المقامات بضرب طرفي المعادلة في (م . م . أ) .٥) فك الأقواس .

أو أي عملية جبرية مناسبة .كما هو موضح في الأمثلة .

ملاحظة : سيتم تقسيم أمثلة معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد كالاتي :

النوع الأول/ وجودالمتغير في طرف واحد وفي هذا النوع:نتخلص من الأعداد المضافة للمتغير أوالمطروح منه، ومن ثم من الأعداد المضروبة فيه أوالمقسومة عليه ،كما في المثال:

مثال / حل المعادلات الآتية في ن : ❶ س + ٤ = ٣

الحل :

س + ٤ = ٣ / ـ ٤(نطرح من الطرفين ٤)

س $\cancel{+٤}$ $\cancel{ـ٤}$ = ٣ ـ ٤

س = ـ ١

مجموعة الحل = { ـ ١ }

حل آخر: العدد (٤) نحوله إلى الطرف الآخر مع تغيير إشارته: س+٤=٣

س=٣ ـ ٤ (حولنا ٤إلى الطرف الآخر)

س = ـ ١

مجموعة الحل = { ـ ١ }

❷ ع ـ ٥= ٢

الحل :

ع ـ ٥= ٢ / + ٥

ع $\cancel{ـ٥}$ $\cancel{+٥}$ = ٢ + ٥

س = ٧

مجموعة الحل = {٧}

حل آخر : العدد (ـ ٥) نحوله إلى الطرف الآخر مع تغيير إشارته

ع ـ ٥ = ٢

ع = ٢ + ٥

س = ٧

مجموعة الحل = {٧}

❸ ٣ ب = ٤

الحل : ٣ ب= ٤ / ÷ ٣ (بقسمة الطرفين على ٣)

$\frac{\cancel{٣}ب}{\cancel{٣}} = \frac{٤}{٣}$ (قسمنا الطرفين على ٣)

ب = $\frac{٤}{٣}$ (المتغير ب بمفرده)

مجموعة الحل = { $\frac{٤}{٣}$ }

❹ $\frac{ل}{٦}$ = ـ ٢

الحل

$\frac{ل}{٦}$ = ـ ٢ / × ٦(بضرب الطرفين في العدد ٦)

$\frac{ل}{\cancel{٦}} \times \cancel{٦}$ = ـ ٢ × ٦

ل = ـ ١٢

مجموعة الحل = {ـ ١٢}

حل آخر :

$\frac{ل}{٦} = \frac{ـ٢}{١}$ (لأن ـ ٢= $\frac{ـ٢}{١}$)

بإستخدام قاعدة الضرب التبادلي

ل×١= ـ ٢×٦ ومنها ل= ـ١٢

مجموعة الحل = {ـ ١٢}

❺ ٢س + س = ـ ٥

الحل : ٢س + س = ـ ٥ / بجمع الحدود المتشابهةفي الطرف الأيمن:٢س+س=٣س

٣س = ـ ٥ / ÷ ٣ (بالقسمة على العدد ٣)

$\frac{\cancel{٣}س}{\cancel{٣}} = \frac{ـ٥}{٣}$ ومنها س = $\frac{ـ٥}{٣}$

مجمـوعـة الحـل = { $\frac{ـ٥}{٣}$ }

❻ $\frac{٢}{هـ}$ = ٤ حيث هـ ≠ ٠

الحل

$\frac{٢}{هـ}$ = ٤ / × هـ (بضرب الطرفين في هـ)

$\frac{٢}{\cancel{هـ}} \times \cancel{هـ}$ = ٣ × هـ

٢ = ٤ هـ / ÷ ٤(بالقسمة على العدد ٤)

$\frac{\cancel{٢}}{\cancel{٤}} = \frac{\cancel{٤}هـ}{\cancel{٤}}$

$\frac{١}{٢}$ = هـ

مجموعة الحل = { $\frac{١}{٢}$ }

حل ثاني :

$\frac{٢}{هـ} = \frac{٤}{١}$ (لأن٤= $\frac{٤}{١}$)

بإستخدام قاعدة الضرب التبادلي

٢ = ٤ هـ / ÷ ٤

$\frac{\cancel{٢}}{\cancel{٤}} = \frac{\cancel{٤}هـ}{\cancel{٤}}$

$\frac{١}{٢}$ = هـ

مجموعة الحل = { $\frac{١}{٢}$ }

حـل ثـالـث :

$\frac{٢}{هـ} = \frac{٤}{١}$ (لأنّ ٤ = $\frac{٤}{١}$)

$\frac{هـ}{٢} = \frac{١}{٤}$ (قلبنا الطرفين بمعنى أن:البسط صار مقام والمقام صار بسط)

٤ هـ = ٢ (إستخدمنا قاعدة الضرب التبادلي أي ضرب الطرفين= ضرب الوسطين)

$\frac{\cancel{٤}هـ}{\cancel{٤}} = \frac{\cancel{٢}}{\cancel{٤}}$ (قسمنا الطرفين على ٤)

هـ = $\frac{١}{٢}$

مجموعة الحل = { $\frac{١}{٢}$ }

النوع الثاني/ وجود المتغير في طرفين ،وفي هذا النوع نجعل الحدودالجبرية المتشابهة في طرف ، والحدود المطلقة (الأعداد) في الطرف الآخر

مثال / حل المعادلة الآتية في ن : ـ ٢ +٣ب = ٥ب ـ ٩

الحل : نجعل الحدودالجبرية المتشابهة ٣ب ، ٥ب في طرف ، والحدود المطلقة (الأعداد ـ٢ ، ٩) في الطرف الآخر

ـ ٢ +٣ب = ٥ب ـ ٩ /(بإضافة العدد ٢ للطرفين ونطرح ٥ب من الطرفين)

ـ٢ + ٢ + ٣ب ـ ٥ب = ~~٥ب~~ ـ ~~٥ب~~ ـ ٩ + ٢

ـ٢ب = ـ ٧ / ÷(ـ٢) (بالقسمة على العدد (ـ٢))

$\frac{ـ٢ب}{ـ٢} = \frac{ـ٧}{ـ٢}$ ومنها ب = $\frac{٧}{٢}$ = ٣$\frac{١}{٢}$

مجموعة الحل = { ٣$\frac{١}{٢}$ }

حل آخر :

توضيح / لكي نجعل الحدود الجبرية المتشابهة ٣ب ، ٥ب في طرف ونجمعها مع بعض ، والحدود المطلقة (الأعداد ـ٢ ، ٩) في الطرف الآخر مع بعض نقوم بتحويل مثلاً (٥ب) من الطرف الأيسر إلى الطرف الأيمن عند (٣ب) ونغير إشارة(٥ب) وبالمقابل نقوم بتحويل مثلاً (ـ٢) من الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر عند(٩) ونغير إشارة العدد (ـ٢) كما موضح في الآتي :

+٢

ـ ٢ + ٣ب = ٥ ب ـ ٩

ـ٥ب

٣ب ـ ٥ب = ـ ٩ + ٢

ـ٢ب = ـ ٧ /÷(ـ٢) (بالقسمة على العدد (ـ٢))

$\frac{ـ٢ب}{ـ٢} = \frac{ـ٧}{ـ٢}$

ومنها ب = $\frac{٧}{٢}$ = ٣$\frac{١}{٢}$

مجموعة الحل = { ٣$\frac{١}{٢}$ }

النوع الثالث / بعض (أو كل) الحدود على شكل كسور ، ففي هذا النوع:

#إما نقوم بتوحيد المقامات لكل من الطرفين ثم نستخدم قاعدة الضرب التبادلي و من ثم نجري بعض العمليات لنحصل على حل المعادلة .

#أو نضرب طرفي المعادلة في المضاعف المشترك الأصغر (م . م . أ)للمقامات ومن ثم نجري بعض العمليات لنحصل على حل المعادلة .كما هو موضح في المثال الآتي :

مثال / حل المعادلة الآتية في ن : $\frac{ص}{٦} + \frac{ص}{٤} = ٥$

الحل : $\frac{ص}{٦} + \frac{ص}{٤} = ٥$ / نوحد المقامات بإيجاد (م . م . أ) للعددين٤،٦وهو١٢

$\frac{٢ص}{١٢} + \frac{٣ص}{١٢} = ٥$(هنا قسمنا المقام الموحد١٢على كل من٤،٦وضربنا الناتج في بسط كل منها)

$\frac{٢ص + ٣ص}{١٢} = ٥$ ومنها $\frac{٥ص}{١٢} = \frac{٥}{١}$ / بالضرب التبادلي

فيكون ٥ص = ٦٠ / ÷ ٥ (بالقسمة على العدد ٥)

$\frac{\cancel{٥}ص}{\cancel{٥}} = \frac{٦٠}{٥}$ ومنها نجد أنّ : ص = ١٢

مجموعة الحل = { ١٢ }

حل آخر : $\frac{ص}{٦} + \frac{ص}{٤} = \frac{٥}{١}$ /نضرب طرفي المعادلة في(م.م.أ)للمقامات٦،٤،١وهو ١٢

$\frac{ص}{\cancel{٦}} \times \cancel{١٢} + \frac{ص}{\cancel{٤}} \times \cancel{١٢} = \frac{٥}{١} \times ١٢$

٢ص + ٣ ص = ٦٠ ومنها ٥ص = ٦٠ /÷ ٥

ص = ١٢ فتكون مجموعة الحل = { ١٢ }

النوع الرابع /تظهر أقواس في طرف أو في الطرفين معاً :

وفي هذا النوع نقوم بفك الأقواس أولاً وذلك بضرب الحد خارج القوس في كل حد داخل القوس بإستخدام خاصية توزيع الضرب على الجمع أو الطرح ومن ثم نحلها على حسب أي نوع من الأنواع السابقة .

مثال / حل المعادلة الآتية في ن :

٤ ـ ٢(١ ـ ٥ل) = ٣(ل + ٢)

الحل:

٤ـ ٢(١ ـ ٥ل) = ٣(ل + ٢) /نفك الأقواس وذلك بضرب العداد بداخلها

٤ ـ ٢ + ١٠ل = ٣ل + ٦ /نجمع الحدود الجبرية المتشابهة في طرف (أي إن الحدود التي تحتوي على متغير في طرف والأعداد في الطرف الآخرمع تغيير إشارة الحدود والأعداد التي تم تحويلها إلي الطرف الآخر)

١٠ل ـ ٣ل = ٦ ـ ٤ +٢ / نجمع الحدود المتشابهة

٧ل = ٤ / ÷ ٧

$\frac{\cancel{٧}ل}{\cancel{٧}} = \frac{٤}{٧}$

ل = $\frac{٤}{٧}$

مجموعة الحل = { $\frac{٤}{٧}$ }

معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد
التي على صورة : أس^{٢} + جـ = ٠

الصورة : أس^{٢} + جـ = ٠ حيث أ، جـ ∈ ن بشرط أ ≠ ٠

حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد :

لحل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد التي على صورة : أس^{٢} + جـ = ٠ نتبع قواعد التحويلات المكافئة (أي إننا نستخدم نفس خطوات لحل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد) إضافة إليها الخطوة الجديدة التي تظهر في معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد وهي التخلص من أس المتغير (التربيع) وذلك بأننا نأخذ الجذر التربيعي للطرفين كما هو موضح في الجدول الاتي :

شكل المعادلةقبل الخطوة الأخيرة حيث العدد النسبي ب > ٠	(√) الجذر التربيعي لطرفي المعادلة : س^{٢} = ب
س^{٢} = ب	س = ± √ب
فمثلاً / إذا كان لدينا س^{٢} = ٩ فإن الجذر التربيعي للطرفين يكون س = ± ٣	

ملاحظة / سيتم تقسيم أمثلة معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد كالاتي :

النوع الأول / بالصورة أس^{٢} + جـ = ٠ مباشرة ، أو أس^{٢} = جـ :

مثال / حل كلاً من المعادلات الآتية :

❶ ٤ص^{٢} ـ ٦٤ = ٠

الحل :

٤ص^{٢} ـ ٦٤ = ٠ / +٦٤

٤ص^{٢} ـ ~~٦٤~~ + ~~٦٤~~ = ٠ +٦٤

٤ص^{٢} = ٦٤ / ÷ ٤

$\frac{\cancel{٤}ص^{٢}}{\cancel{٤}} = \frac{٦٤}{٤}$

ص^{٢} = ١٦ /بأخذ الجذر التربيعي

ص = ±√١٦

ص = ± ٤

مجموعة الحل = { ± ٤ }

حل آخر : العدد (ـ ٦٤) نحوله إلى الطرف الآخر مع تغيير إشارته

٤ص^{٢} ـ ٦٤ = ٠

٤ص^{٢} = ٠ + ٦٤

٤ص^{٢} = ٦٤ / ÷ ٤

ص^{٢} = ١٦ /بأخذ الجذر التربيعي

ص = ±√١٦

ص = ± ٤

مجموعة الحل = { ± ٤ }

❷ $٩ل^{٢} = ٢٥$

الحل : $٩ل^{٢} = ٢٥$ / $÷ ٩$

$\frac{\cancel{٩}ل^{٢}}{\cancel{٩}} = \frac{٢٥}{٩}$

$ل^{٢} = \frac{٢٥}{٩}$ / بأخذ الجذر التربيعي ($\sqrt{\ }$)

$ل = \pm\sqrt{\frac{٢٥}{٩}}$ ومنها $ل = \pm\frac{٥}{٣}$

مجموعة الحل = $\{\pm\frac{٥}{٣}\}$

النوع الثاني/ ليس بالصورة المباشرة $أس^{٢} + جـ = ٠$ مباشرة ، أو $أس^{٢} = جـ$:
ولكن تظهر الصورة المباشرة $أس^{٢} + جـ = ٠$ ، أو $أس^{٢} = جـ$ بعد إجراء بعض العمليات الجبرية أو الحسابية كما هو موضح في المثال الآتي :

مثال / حل كلاً من المعادلات الآتية في ن :

❶ $\frac{١٢}{هـ} = \frac{هـ}{٣}$

الحل :

$\frac{١٢}{هـ} = \frac{هـ}{٣}$ / بالضرب التبادلي

$هـ \times هـ = ١٢ \times ٣$

$هـ^{٢} = ٣٦$ / بأخذ الجذر التربيعي ($\sqrt{\ }$)

$هـ = \pm\sqrt{٣٦}$

$هـ = \pm ٦$

مجموعة الحل = $\{\pm ٦\}$

❷ $(٢س + ٧)(٢س - ٧) = ٠$

الحل / نضرب المقدارين في الطرف الأيمن ونجمع الحدود الجبرية المتشابهة فتتكون لدينا الصورةالمباشرة $أس^{٢} + جـ = ٠$ ، أو $أس^{٢} = جـ$ ومن ثم نحلها مثلما حلينا الأمثلة السابقة :

$(٣س + ٧)(٣س - ٧) = ٠$ / نضرب المقدارين

$٩س^{٢} - \cancel{٢١س} + \cancel{٢١س} - ٤٩ = ٠$ / نجمع الحدود المتشابهة$(-٢١س + ٢١س = ٠)$

$٩س^{٢} - ٤٩ = ٠$ / $+ ٤٩$

$٩س^{٢} - \cancel{٤٩} + \cancel{٤٩} = ٠ + ٤٩$

$٩س^{٢} = ٤٩$ / $÷ ٩$

$\frac{\cancel{٩}س^{٢}}{\cancel{٩}} = \frac{٤٩}{٩}$

$س^{٢} = \frac{٤٩}{٩}$ / بأخذ الجذر التربيعي ($\sqrt{\ }$)

$س = \pm\sqrt{\frac{٤٩}{٩}}$ ومنها $س = \pm\frac{٧}{٣}$

مجموعة الحل = $\{\pm\frac{٧}{٣}\}$

❸ $٢جـ^{٢} + ٨ = ٠$

الحل / $٢جـ^{٢} + ٨ = ٠$ / $- ٨$ (بطرح العدد ٨ من الطرفين)

$٢جـ^{٢} + \cancel{٨} - \cancel{٨} = ٠ - ٨$

$٢جـ^{٢} = - ٨$ / $÷ ٢$ (بقسمة الطرفين على العدد ٢)

$جـ^{٢} = - ٤$ / بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ($\sqrt{\ }$)

$جـ = \pm\sqrt{-٤} \notin ن$ ($\sqrt{-٤}$ ليس عدداً نسبياً)

تنبيه / لايوجد عدد نسبي نضربه في نفسه مرتين (أي مربعه) يكون ناتجه سالب ومن خلال هذا لايمكن إيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي سالب ، **لذا** تكون مجموعة الحل مجموعة خالية

مجموعة الحل = $\emptyset = \{\ \}$

متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد

مجموعة الحل : هي مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى مجموعة التعويض والتي تحقق المتراجحة (أي تجعلها عبارة صحيحة أو صائبة) .

صور متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد : ليكن س ، أ ، جـ ∈ ن بشرط أ ≠ ٠ فإن متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد تعطى بأحد الصور الآتية :

$أس + جـ > ٠$	$أس + جـ < ٠$	$أس + جـ \geq ٠$	$أس + جـ \leq ٠$

كيفية حل متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد :

لكي نحل متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد (لكي نجعل المتغير مفرده في طرف) نستخدم قواعد التحويلات المكافئة مثلما استخدمناها في حل المعادلات وفي الدرس السابق ، وإليك قواعد التحويلات المكافئة الموجودة في الكتاب المدرسي صفحة(١١٦) التي سنستخدمها في حل متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد :

إذا كان س ، ب ، جـ ∈ ن .

أولاً : إذا كان $س \geq ب$ فإن ، $س + جـ \geq ب + جـ$.

ثانياً : إذا كان $س \geq ب$ ، فإن $س - جـ \geq ب - جـ$.

ثالثاً : إذا كان $س \geq ب$ ، $جـ > ٠$ فإن $س \times جـ \geq ب \times جـ$

رابعاً : إذا كان $س \geq ب$ ، $جـ < ٠$ فإن $س \times جـ \leq ب \times جـ$

خامساً : إذا كان $س \geq ب$ ، $جـ > ٠$ فإن $\frac{س}{جـ} \geq \frac{ب}{جـ}$.

سادساً : إذا كان $س \geq ب$ ، $جـ < ٠$ فإن $\frac{س}{جـ} \leq \frac{ب}{جـ}$.

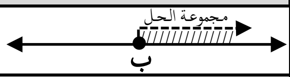
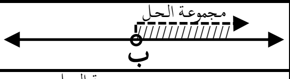
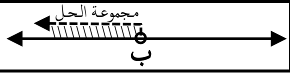
ومن خلال قواعد التحويلات المكافئة نستنتج الآتي :

الحالات التي لا تتغير (تبقى) فيها علامات الترجيح $<$ ، $>$ ، $\geq$ ، $\leq$	الحالات التي تتغير فيها علامات الترجيح $<$ ، $>$ ، $\geq$ ، $\leq$
١) إذا أضفنا أو طرحنا أي عدد نسبي إلى طرفي المتراجحة. ٢) إذا ضربنا طرفي المتراجحة في عدد نسبي موجب. ٣) إذا قسمنا طرفي المتراجحة على عدد نسبي موجب.	❶إذا **ضربنا** طرفي المتراجحة في عدد نسبي **سالب** . ❷إذا **قسمنا** طرفي المتراجحة على عدد نسبي **سالب** . ❸إذا **قلبنا** طرفي المتراجحة (حولنا البسط مقام والمقام بسط في الطرفين)

المتراجحة الفردية : هي المتراجحة التي تحتوي على إحدى علامات الترجيح .

الجدول الاتي يوضح تمثيل المتراجحة الفردية على خط الأعداد :

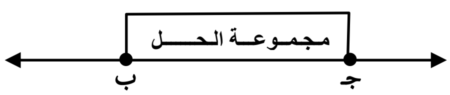
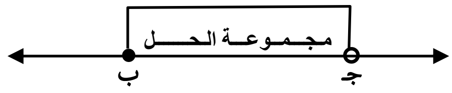
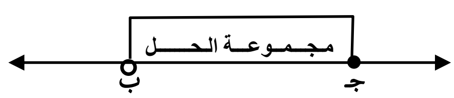
حيث أنّ س، ب عددين نسبيين :

المتراجحة الفردية	تمثيلها على خط الأعداد	ملاحظات
$س \geq ب$		❶ عند وجود المساواة في ≥ أو ≤ تكون الدائرة مظللة ● عند العدد ب.
$س \leq ب$		❷ عند عدم وجود المساواة في < أو > تكون الدائرة غيرمظللة ○ عند العدد ب.
$س > ب$		❸عند وجود الأكبر > أو ≥ فإن الحل يمين العدد ب.
$س < ب$		❹عند وجود الأصغر < أو ≤ فإن الحل يسار العدد ب.

المتراجحة المزدوجة : هي المتراجحة التي تحتوي على متراجحتين فرديتين .

الجدول الاتي يوضح المتراجحة المزدوجة وتمثيل على خط الأعداد :

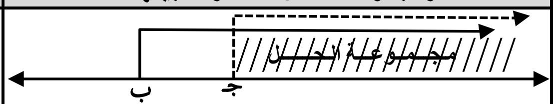
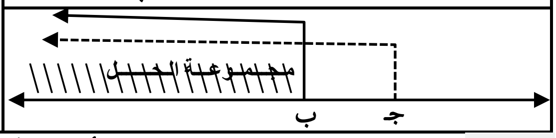
حيث أنَّ س، ب ، جـ أعداد نسبية ب < جـ :

المتراجحةالمزدوجة	تمثيلها على خط الأعداد
ب ≥ س ≥ جـ	
ب ≥ س > جـ	
ب > س ≥ جـ	
ب > س > جـ	

ملاحظة/ إذاكان المطلوب إيجاد مجموعة الحل المشتركة لمتراجحتين معاً فإننا نميز هنا الحالات الآتية :

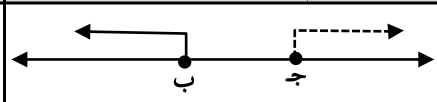
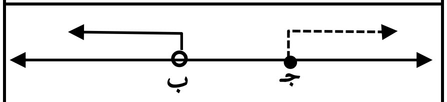
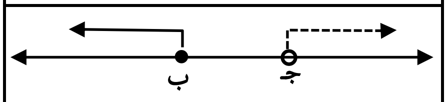
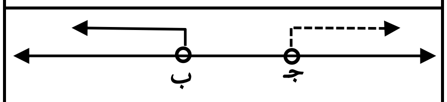
الحالة الأولى : إذا قمنا بحل المتراجحتين ومثلناهما على خط الأعداد فإذاكان التمثيل مثل أحد الأنواع في الجدول أعلاه فإن مجموعة الحل المشتركة للمتراجحتين تكون محصورة بين العددين ب ، جـ .

الحالة الثانية : إذا قمنا بحل المتراجحتين ومثلناهما على خط الأعداد فإذاكان التمثيل مثل أحد الأنواع في الجدول أدناه فإن مجموعة الحل المشتركة للمتراجحتين تقاطع الحلين معاً كما هو موضح في الجدول الاتي :

تمثيل متراجحتين على خط الأعداد ومجموعة الحل المشتركة بينهما	ملاحظة
	لم نضع ● أو ○ عند العددين ب
	، جـ وهذا يرجع إلى المتراجحة المعطاة

الحالة الثالثة : إذا قمنا بحل المتراجحتين ومثلناهما على خط الأعداد فإذاكان التمثيل ليس كأحد الأنواع في الجدول أعلاه فإن مجموعة الحل مجموعة خالية ، مجموعة الحل = ∅ .

والجدول الآتي يوضح هذه الحالة التي مجموعة حلها خالية (لايوجد حل مشترك) :

تمثيل متراجحتين على خط الأعداد في حالة عدم وجود حل مشترك بينهما	مجموعة الحل المشتركة للمتراجحتين
	مجموعة الحل = ∅ = { }
	
	
	
إذن عندما يكون تمثيل كلاً من المتراجحتين في إتجاهين مختلفين فإن مجموعة الحل المشترك للمتراجحتين هو مجموعة خالية (يعني أنه لاتوجد حلول مشتركة بينهما)	

مثال (1) / حل المتراجحات الآتية في ن :

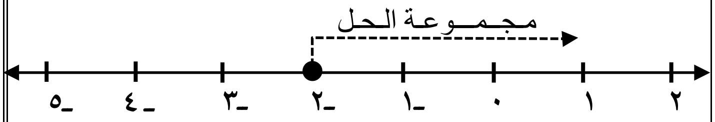
❶ س + ٢ ≤ ٠

الحل :

س + ٢ ≤ ٠ / (ـ ٢) (نطرح من الطرفين ٢)

س ~~+٢~~ ~~ـ٢~~ ≤ ٠ ـ ٢

س ≤ ـ ٢



❷ ٣ص ـ ١ > ٤

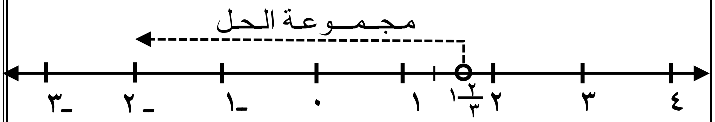
الحل : ٣ص ـ ١ > ٤ / + ١

٣ص ~~ـ١~~ ~~+١~~ > ٤ + ١

٣ص > ٥ / ÷٣

~~٣~~ص / ~~٣~~ > ٥/٣

ص > ٥/٣ يمكن كتابة (٥/٣ = ١ ٢/٣)



❸ ٦ ـ ٤ب ≤ ٩

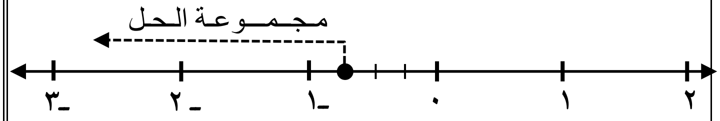
الحل : ٦ ـ ٤ب ≤ ٩ / ـ ٦

~~٦~~ ~~ـ٦~~ ـ ٤ب ≤ ٩ ـ ٦

ـ٤ب ≤ ٣ / ÷(ـ ٤)

~~ـ٤~~ب / ~~ـ٤~~ ≥ ٣/ـ٤ (لاحظ هناقمنا بالتغيير من ≤ إلى ≥ لأننا قسمنا على(ـ ٤))

ب ≥ ـ ٣/٤



❹ ـ ٢ل + ٥ل > ٧

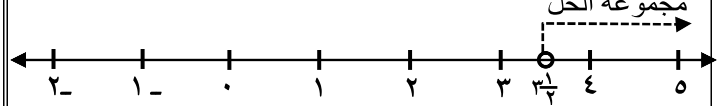
الحل : لاحظ في هذا المثال المتغير (ل) ظهر في الطرف الأيمن في أكثر من حد لذا نجمع هذه الحدود المتشابهة .

ـ ٣ل + ٥ل > ٧ / نجمع (ـ٣ل + ٥ل = ٢ل)

٢ل > ٧ / ÷ ٢

~~٢~~ل / ~~٢~~ > ٧/٢

ب > ٧/٢ يمكن كتابة (٧/٢ = ٣ ١/٢)



❺ ٨ +٥س ≤ ٣س + ٧

الحل : لاحظ في هذا المثال المتغير (س) ظهر في الطرفين لذا نجمع الحدود المتشابهة بأننا نجعل المتغيرات في الطرف الأيمن مثلاً والحدود المطلقة(الأعداد) في الطرف الأيسر .

٨ +٥س ≤ ٣س + ٧ / ـ ٨

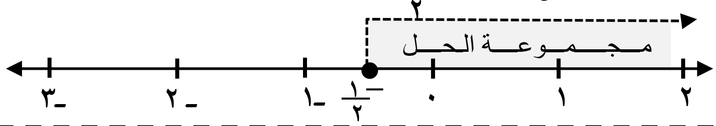
~~٨~~ ـ ~~٨~~ +٥س ≤ ٣س + ٧ ـ ٨

٥س ≤ ٣س ـ ١ / ـ ٣س

٥س ـ ٣س ≤ ~~٣س~~ ـ ~~٣س~~ ـ ١

٢س ≤ ـ ١ / ÷ ٢

س ≤ $-\frac{١}{٢}$



مثال(2) / حل المتراجحتين الآتيتين في ح ، وأوجد الحل المشترك لها:

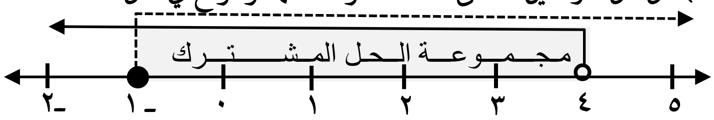
❶ س +١≤ ٠ ، ٨ ـ ٢س > ٠

الحل :١) هذا المثال يحتوي على متراجحتين فرديتين ، لذا نقوم بحل كل متراجحة بمفردها:

س +١≤ ٠ / ـ ١	٨ ـ ٢س > ٠ / ـ ٨
س +~~١~~ـ~~١~~ ≤ ٠ ـ ١	~~٨~~ـ~~٨~~ ـ٢س > ٠ ـ ٨
س ≤ ـ ١	ـ ٢س > ـ ٨ / ÷(ـ ٢)
	$\frac{-\cancel{٢}س}{\cancel{-٢}} < \frac{-٨}{-٢}$
	س < ٤

قمنا بتغيير علامة الترجيح من> إلى< لأننا قسمنا على(ـ ٢)

٢) نمثل حل المتراجحتين معاً على خط أعداد واحد .كما هو موضح في الحل :

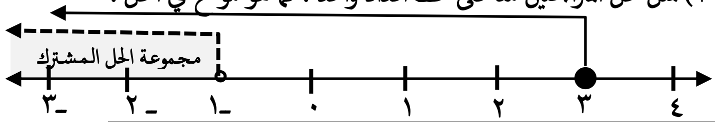


❷ ٣ص + ٤ > ١ ، ص ـ ٣ ≤ ٠

الحل : ١) نقوم بحل كل متراجحة بمفردها:

٣ص + ٤ > ١ / ـ ٤	ص ـ ٣ ≤ ٠ / + ٣
٣ص + ~~٤~~ـ~~٤~~ > ١ ـ ٤	ص ـ ~~٣~~+~~٣~~ ≤ ٠ + ٣
٣ص > ـ ٣ / ÷ ٣	ص ≤ ٣
$\frac{\cancel{٣}ص}{\cancel{٣}} > \frac{-٣}{٣}$	
ص > ـ ١	

٢) نمثل حل المتراجحتين معاً على خط أعداد واحد .كما هو موضح في الحل :

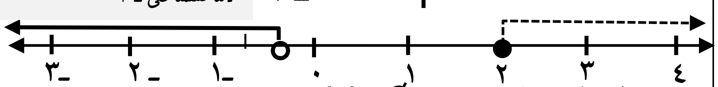


❸ ب ـ ٢ ≤ ٠ ، ـ٣ب > ١

الحل :

ب ـ ٢ ≤ ٠ / + ٢	ـ٣ب > ١ / ÷ (ـ ٣)
ب ≤ ٢	ب < $\frac{١}{-٣}$

قمنا بتغيير علامة الترجيح من> إلى< لأننا قسمنا على ـ ٣



مجموعة الحل المشترك للمتراجحتين = ∅ = { } .

مثال (3) / حل المتراجحة الآتية في ح :

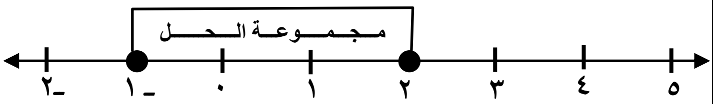
❶ ٢ ≤ ل + ٣ ≤ ٥

الحل : هذا نوع من أنواع المتراجحة المزدوجة لوجود علامتي ترجيح (أو تحتوي على متراجحتين فرديتين معاً) ويظهر المتغير محصور بين عددين أوعلامتي الترجيح ولإيجاد حلها نستخدم قواعد التحويلات المكافئة حتي يصبح المتغير بمفرده محصور بين عددين :

٢ ≤ ل + ٣ ≤ ٥ / ـ ٣

٢ ـ ٣ ≤ ل + ~~٣~~ـ~~٣~~ ≤ ٥ ـ ٣

ـ ١ ≤ ل ≤ ٢



❷ ـ ٤ > ٣س ـ ٤ ≤ ٥

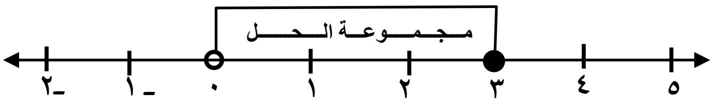
الحل: ـ ٤ > ٣س ـ ٤ ≤ ٥ / + ٤

~~ـ٤~~ + ~~٤~~ > ٣س ـ ~~٤~~ + ~~٤~~ ≤ ٥ + ٤

٠ > ٣س ≤ ٩ / ÷ ٣

$\frac{٠}{٣} > \frac{\cancel{٣}س}{\cancel{٣}} \le \frac{٩}{٣}$

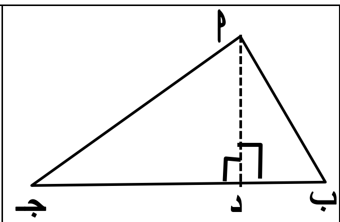
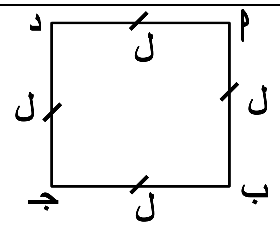
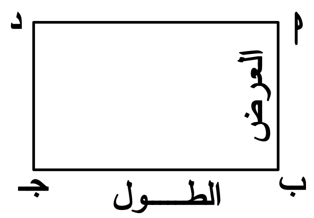
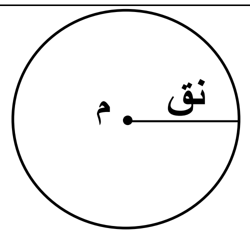
٠ > س ≤ ٣



بعض الرموز المعتمدة في الرياضيات ومدلولها

الرمز	مدلوله (قراءته)	الرمز	مدلوله (قراءته)	الرمز	مدلوله (قراءته)
+	جمع ، زائد	∵	بما إنّ ، لأنّ	Δ	المثلث أو المميز(دلتا)
−	طرح ، ناقص، فرق	∴	إذن	$\overline{\text{أب}}$	القطعة أب
×	ضرب ، جداء	≥	أصغر أو يساوي	$\overleftarrow{\text{أب}}$	الشعاع أب
÷ ، / ، :	قسمة	≤	أكبر أو يساوي	$\overleftrightarrow{\text{أب}}$	المستقيم أب
±	زائد ناقص	>	أصغر	|أب|	طول القطعة أب
=	يساوي	<	أكبر	$\overset{\frown}{\text{أب}}$	القوس أب
≠	لا يساوي	{أ،ب، ......}	حاصرتا المجموعة	∠أ ب جـ	الزاوية أ ب جـ
≈	يساوي تقريباً	س~	المجموعة س	ق(∠أ ب جـ)	قياس الزاوية أ ب جـ
≅	يطابق	ش~	المجموعة الشاملة	ط	مجموعة الأعداد الطبيعية
≇	لا يطابق	∅ أو { }	المجموعة الخالية(فاي)	ص~	مجموعة الأعداد الصحيحة
∼	يشابه	∋	ينتمي	ن	مجموعة الأعداد النسبية
≁	لا يشابه	∌	لا ينتمي	نَ	مجموعة الأعداد غيرالنسبية
≡	يكافئ	∩	تقاطع	ح	مجموعة الأعدادالحقيقية
≢	لا يكافئ	∪	إتحاد	سَ	متممة المجموعة س
//	يوازي	⊇ أو ⊃	مجموعة جزئية	سً	متممة متممة المجموعةس
∦	لا يوازي	⊉ أو ⊅	ليست مجموعة جزئية	π	النسبة التقريبية (باي)
⊥	عمودي على	(س ، ص)	الزوج المرتب س، ص	[،] و] ، [	الفترة المغلقة والمفتوحة
$\not\perp$	ليس عمودياً على	|س|	القيمة المطلقة لــ س	] ،] و [، [	الفترة نصف المغلقة ونصف المفتوحة

مساحة ومحيط بعض الأ شكال الهندسية المستوية

الشكل الهندسي				
مساحته	= نصف× القاعدة ×الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × |ب جـ| × |أد|	= طول الضلع × نفسه = ل × ل	= الطول × العرض = ل × ض	= π × مربع نصف القطر = π × (نق)^{٢}
محيطه	=مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة . =|أب|+|ب جـ| +|جـ أ|	= مجموع أطوال أضلاعه الأربعة = ٤ل	= مجموع أطوال أضلاعه الأربعة =٢×(الطول+العرض)	= ٢π × نصف القطر = ٢π × نق